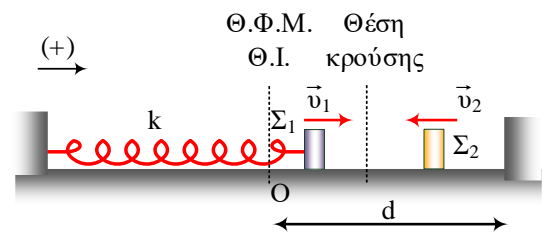


Δύο κρούσεις σε μία ταλάντωση.

Ένα σώμα Σ_1 με μάζα $m_1 = 0,1 \text{ kg}$, εκτελεί ταλάντωση σε λείο οριζόντιο επίπεδο, δεμένο σε οριζόντιο ελατήριο σταθεράς k , το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο. Η εξίσωση της ταχύτητας του είναι της μορφής $v_1 = 10\sigma\upsilon\nu 10\pi t$ (SI). Κάποια στιγμή στη διάρκεια της ταλάντωσής του και καθώς έχει διανύσει το 80% του πλάτους του κινούμενο προς τα δεξιά (κατεύθυνση που θεωρούμε θετική), συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με αντιθέτως κινούμενο σώμα Σ_2 μάζας m_2 . Η κρούση έχει ως αποτέλεσμα το Σ_1 να μεταφέρει όλη την κινητική του ενέργεια στο Σ_2 . Το ποσοστό αύξησης της κινητικής ενέργειας του Σ_2 είναι 1500%. Μετά την κρούση τα δύο σώματα ξανασυγκρούονται, στη θέση ισορροπίας του Σ_1 (όταν το Σ_1 περνά από κει για 2^η φορά μετά την πρώτη κρούση), αφού το Σ_2 συγκρουστεί ελαστικά με τον κατακόρυφο τοίχο που απέχει απόσταση d από τη θέση ισορροπίας του Σ_1 . Να βρεθούν:



- α. η ταχύτητα του Σ_1 λίγο πριν την πρώτη κρούση με το Σ_2
- β. την δυναμική ενέργεια του ελατηρίου λίγο πριν την πρώτη κρούση του Σ_1 με το Σ_2
- γ. το μέτρο της ορμής του Σ_2 αμέσως μετά την πρώτη κρούση
- δ. την απόσταση d της θέσης ισορροπίας του Σ_1 από τον αριστερό τοίχο

Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 θεωρούνται σημειακά αντικείμενα. Δίνεται $\frac{0,4}{\pi} \approx 0,13$

Λύση

α. Από την εξίσωση $v_1 = 10\sigma\upsilon\nu 10\pi t$ προκύπτει ότι $\omega = 10\pi \text{ rad/s}$ και $v_{\max} = 10 \text{ m/s}$.

Ισχύει $v_{\max} = \omega A \Rightarrow A = 1/\pi \text{ m}$.

Στο 80% του πλάτους (που γίνεται η κρούση) η απομάκρυνση είναι: $x = 0,8A \Rightarrow \Delta\eta\mu\phi = 0,8A \Rightarrow \eta\mu\phi = 0,8$ άρα και $\sigma\upsilon\nu\phi = 0,6$. Η ταχύτητα του Σ_1 θα είναι: $v_1 = v_{\max}\sigma\upsilon\nu\phi \Rightarrow v_1 = 6 \text{ m/s}$.

β. Η σταθερά του ελατηρίου είναι $k = m_1\omega^2 \Rightarrow k = 10\pi^2 \text{ N/m}$.

Άρα $U_{\text{ελ}} = \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow U_{\text{ελ}} = \frac{1}{2} \cdot 10\pi^2 \cdot \frac{0,64}{\pi^2} \text{ m} \Rightarrow U_{\text{ελ}} = 3,2 \text{ J}$.

γ. Από το ποσοστό αύξησης της κινητικής ενέργειας του Σ_2 προκύπτει:

$$\frac{K'_2 - K_2}{K_2} \cdot 100\% = 1500\% \Rightarrow K'_2 = 16K_2 \Rightarrow \frac{1}{2}m_2v_2'^2 = 16 \frac{1}{2}m_2v_2^2 \Rightarrow v_2'^2 = 16v_2^2 \Rightarrow |v_2'| = 4|v_2|$$

Σύμφωνα με την εκφώνηση για τις αλγεβρικές τιμές των ταχυτήτων έχουμε: $v_2' > 0$ και $v_2 < 0$, άρα:

$$v_2' = -4v_2 \quad (1)$$

Από την ελαστική κρούση έχουμε: $v_1 + v_1' = v_2 + v_2' \Rightarrow v_1 = v_2 - 4v_2 \Rightarrow v_2 = -\frac{v_1}{3} \Rightarrow v_2 = -2 \text{ m/s}$.

Δηλαδή μέτρο 2 m/s και κατεύθυνση προς τα αριστερά (όπως το περιμέναμε δηλαδή).

Από την (1) προκύπτει $v_2' = 8 \text{ m/s}$.

Από την ΑΔΟ έχουμε: $\vec{p}_{\text{αρχ}} = \vec{p}_{\text{τελ}} \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 \Rightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = -4\vec{p}_2 \Rightarrow \vec{p}_1 = -5\vec{p}_2 \Rightarrow \vec{p}_2 = -\frac{\vec{p}_1}{5} \Rightarrow$

$$|p_2| = \frac{0,6 \text{ kg} \cdot \text{m}}{5 \text{ s}} \Rightarrow |p_2| = 0,12 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Η μάζα του Σ_2 είναι: $|p_2| = m_2|v_2| \Rightarrow m_2 = 0,06 \text{ kg}$.

δ. Το Σ_1 αφού μετά την κρούση μηδενίζεται στιγμιαία η ταχύτητά του, ξεκινά μία νέα ταλάντωση με πλάτος $A' = 0,8/\pi$ m (εκεί που έγινε η κρούση) και με το ίδιο ω . Το Σ_1 θα περάσει για 2^η φορά από την $\Theta.I.$ μετά από χρονικό διάστημα

$$\Delta t = \frac{3T}{4} = \frac{3 \cdot 2\pi}{4\omega} \Rightarrow \Delta t = \mathbf{0,15 \text{ s.}}$$

Στο ίδιο χρονικό διάστημα το Σ_2 έχοντας σταθερή ταχύτητα κατά μέτρο θα διανύσει απόσταση

$$s_2 = v_2' \Delta t \Rightarrow s_2 = 1,2 \text{ m.}$$

$$\text{Σύμφωνα με το σχήμα } s_2 = 2d - A' \Rightarrow d = \frac{s_2 + A'}{2} \Rightarrow d = \frac{1,2 + \frac{0,8}{\pi}}{2} \text{ m} \Rightarrow d = 0,6 + \frac{0,4}{\pi} \text{ m} \Rightarrow \mathbf{d = 0,73 \text{ m.}}$$

Σημείωση: Τα σώματα στη δεύτερη τους κρούση έχουν ταχύτητες ίσων μέτρων $v = 8$ m/s, και μετά την κρούση αποκτούν -4 m/s και 12 m/s, αλλά δεν το ζητάμε ξανά, λόγω του γεγονότος ότι έχουν "εξεταστεί" οι τύποι της ελαστικής κρούσης, αλλά και για να μην βαρύνει η άσκηση. Αν θέλετε μπορείτε να το προσθέσετε και αυτό ως ερώτημα.

