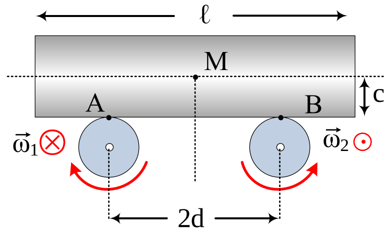
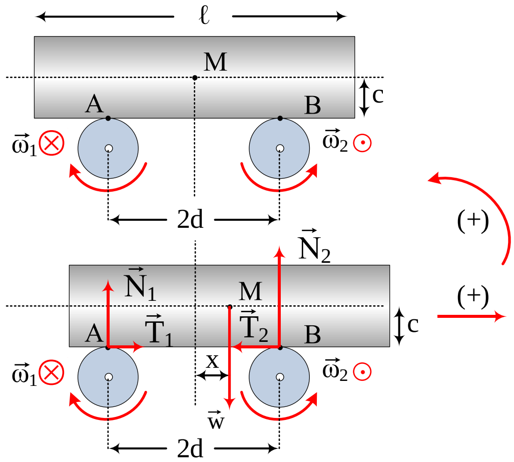
Μία σανίδα … που δε τη λες και μοντέλο!!!



Μία ομογενής σανίδα με μάζα m και μήκος ℓ, είναι στερεωμένη πάνω σε δύο κυλίνδρους που μπορούν να στρέφονται αντίρροπα. Η ράβδος που έχει πάχος 2c, εμφανίζει με τους δύο κυλίνδρους τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης μ. Οι άξονες των δύο κυλίνδρων απέχουν μεταξύ τους απόσταση 2d. Οι κύλινδροι περιστρέφονται με την ίδιου μέτρου γωνιακή ω. Αρχικά το κέντρο μάζας της σανίδας ισαπέχει από τους άξονες των κυλίνδρων. Απομακρύνουμε κατά x προς τα δεξιά το κέντρο μάζας και το αφήνουμε. Να μελετηθεί η κίνηση.

Απάντηση



Από την ισορροπία στον άξονα y′y παίρνουμε:

$\mathbf{N_1 + N_2 = mg}$ (1)

Μη περιστροφή της σανίδας:

$$\Sigma\tau_{(M)} = 0 \Rightarrow N_2(d-x) + T_1c - T_2c - N_1(d+x) = 0 \Rightarrow$$

$$N_2d - N_2x + \mu N_1c - \mu N_2c - N_1d - N_1x = 0 \Rightarrow$$

$$(N_2 - N_1)d - \mu c(N_2 - N_1) = (N_1 + N_2)x \overset{(1)}{\Rightarrow}$$

$$(N_2 - N_1)(d - \mu c) = mgx \Rightarrow \mathbf{N_2 - N_1 = \frac{mgx}{d - \mu c}} \qquad (2)$$

Στον άξονα x′x:

$$\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha} \Rightarrow T_1 - T_2 = m\alpha \Rightarrow \mu(N_1 - N_2) = m\alpha \Rightarrow$$

$$\mu\frac{mgx}{\mu c - d} = m\alpha \Rightarrow \boldsymbol{\alpha} = \mathbf{\frac{\mu g}{\mu c - d}x}$$

Άρα αν μc > d, η σανίδα δεν θα επιστρέψει ποτέ στη θέση ισορροπίας.

Αν παίρναμε όμως ροπή ως προς το Α τότε: $\tau_{T_1} = \tau_{T_2} = \tau_{N_1} = 0$ και θα έχουμε:

$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow N_2 2d - w(d+x) = 0 \Rightarrow N_2 = \frac{mg(d+x)}{2d}$$

$$(1) \Rightarrow N_1 + \frac{mg(d+x)}{2d} = mg \Rightarrow N_1 = \frac{2mgd - mgd - mgx}{2d} \Rightarrow N_1 = \frac{mg(d-x)}{2d}$$

$$\Sigma\vec{F}_x = m\vec{\alpha} \Rightarrow T_1 - T_2 = m\alpha \Rightarrow \mu(N_1 - N_2) = m\alpha \Rightarrow \mu\left(\frac{mg(d-x)}{2d} - \frac{mg(d+x)}{2d}\right) = m\alpha \Rightarrow \mu\frac{-2mgx}{2d} = m\alpha \Rightarrow$$

$\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{\frac{-\mu g x}{d}}$ δηλαδή οποιοδήποτε πάχος να έχει η σανίδα επιστρέφει πάντα στη θέση ισορροπίας.

Συμπέρασμα: Όταν η σανίδα εκτελεί μεταφορική κίνηση τότε μπορούμε να εφαρμόσουμε τη σχέση Στ = 0, μόνο ως προς το κέντρο μάζας.