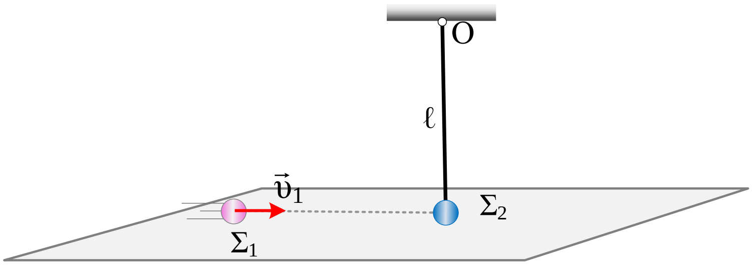
Από κεντρική σε πλάγια κρούση.



Λεία σφαίρα Σ_1 μάζας m_1 = 1 kg έχοντας ταχύτητα μέτρου υ_1 = 4 m/s, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με άλλη ίδιου μεγέθους σφαίρα, επίσης λεία, Σ_2 που είναι δεμένη σε σχοινί μήκους ℓ του οποίου το άλλο άκρο είναι δεμένο ακλόνητα στην οροφή. Η Σ_2 μόλις που δεν ακουμπά στο επίπεδο που κινείται η Σ_1 και μετά την κρούση ανυψώνεται σε μέγιστο ύψος $h_1 = \ell$. Η σφαίρα Σ_1 μπορεί να κινείται χωρίς τριβές στο οριζόντιο επίπεδο και κατά την κρούση της με τη Σ_2, υφίσταται τη μέγιστη απώλεια στην κινητική της ενέργεια. Επαναλαμβάνουμε την διαδικασία αλλά αυτή τη φορά η Σ_1 συγκρούεται πλάγια (μη κεντρικά) και ελαστικά με την Σ_2 και μετά την κρούση η Σ_2 ανυψώνεται σε ύψος h_2 που είναι 64% μικρότερο από το h_1. Να βρείτε:

α. το μήκος του νήματος ℓ.

β. το ποσοστό της κινητική ενέργειας που διατηρεί η Σ_1 μετά την πλάγια κρούση.

γ. τη μεταβολή της ορμής της σφαίρα Σ_1 (μέτρο και διεύθυνση) στην πλάγια κρούση.

δ. το μέτρο της τάσης του νήματος τη στιγμή που ακινητοποιείται στιγμιαία μετά την πλάγια κρούση.

Λύση

α. Η σφαίρα Σ_1 στην πρώτη κρούση υφίσταται τη μέγιστη μεταβολή στην κινητική της ενέργεια δηλαδή 100% συνεπώς μεταβιβάζει όλη την ενέργειά της στη Σ_2 και αφού η κρούση είναι μετωπική ελαστική θα έχουμε:

$$K_1' = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} m_1 V_1^2 = 0 \Rightarrow V_1 = 0 \Rightarrow \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1 = 0 \Rightarrow m_1 = m_2 \Rightarrow \mathbf{m_2 = 1\ kg}.$$

Επίσης οι σφαίρες ανταλλάσσουν ταχύτητες άρα: $V_2 = \upsilon_1$ = 4 m/s.

Μετά την κρούση η σφαίρα φτάνει σε ύψος:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W \Rightarrow 0 - \frac{1}{2} m_2 V_2^2 = -m_2 g h_1 \Rightarrow h_1 = \frac{V_2^2}{2g} \Rightarrow \mathbf{h_1 = 0{,}8\ m}.$$ Άρα και **ℓ = 0,8 m**.

β. Μετά την πλάγια κρούση το ύψος που φτάνει η Σ_2 εργαζόμενοι ομοίως με πριν είναι: $h_2 = \dfrac{\upsilon_2'^2}{2g}$ αλλά ισχύει:

$$h_2 = 36\%h_1 \Rightarrow \frac{\upsilon_2'^2}{2g} = 0,36\frac{V_2^2}{2g} \Rightarrow \frac{\upsilon_2'^2}{2g} = 0,36\frac{\upsilon_1^2}{2g} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_2' = 0,6\upsilon_1}$$

Διατήρηση της κινητικής ενέργειας:

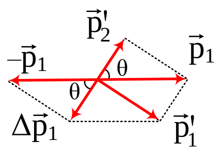
$$K_1 = K_1' + K_2' = K_1' + \frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 = K_1' + 0,36\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 = K_1' + 0,36K_1 \Rightarrow \boldsymbol{K_1' = 0,64K_1}$$

Άρα διατηρεί το 64% της αρχικής της ενέργειας.

γ. Για την μεταβολή της ορμής ισχύει: $\Delta\vec{p}_{ολ} = \vec{0} \Rightarrow \Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 = \vec{0} \Rightarrow \Delta\vec{p}_1 = -\Delta\vec{p}_2 \Rightarrow \Delta\vec{p}_1 = -(\vec{p}_2' - 0) = -\vec{p}_2' \Rightarrow$

$\Delta p_1 = m_2\upsilon_2' = 0,6m_1\upsilon_1 \Rightarrow$ **Δp_1 = 2,4 kg·m/s**.

Για την διεύθυνση αρκεί να βρούμε την γωνία που σχηματίζει η Σ_2 με την αρχική διεύθυνση.



$$K_1' = 0,64K_1 \Rightarrow \frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 = 0,64\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 \Rightarrow \upsilon_1' = 0,8\upsilon_1$$

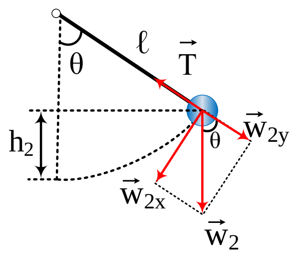
Ισχύει: $\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} \Rightarrow p_1 = \sqrt{p_1'^2 + p_2'^2 + 2p_1'p_2'συνω} \Rightarrow p_1^2 = 0,64p_1^2 + 0,36p_1^2 + 2p_1'p_2'συνω \Rightarrow συνω = 0 \Rightarrow$

ω = 90^o. Δηλαδή οι σφαίρες μετά την κρούση κινούνται σε κάθετες διευθύνσεις.

Σύμφωνα με το σχήμα έχουμε: $συνθ = \dfrac{p_2'}{p_1} \Rightarrow$ **συνθ = 0,6**.

Άρα έχουμε μέτρο Δp_1 = 2,4 kg·m/s και γωνία θ όπως φαίνεται στο σχήμα.

δ. Το ύψος h_2 είναι 36% του h_1. Άρα $h_2 = 0,36h_1 = 0,36\ell$. Στο μέγιστο ύψος ισχύει:



$$συνθ = \frac{\ell - h_2}{\ell} = \frac{\ell - 0,36\ell}{\ell} = 0,64.$$

Τη στιγμή ακριβώς που η Σ_2 ακινητοποιείται στιγμιαία έχουμε:

$\Sigma\vec{F}_R = \vec{F}_κ \Rightarrow T - w_{2y} = 0 \Rightarrow T = m_2 g συνθ \Rightarrow$ **T = 6,4 N**.