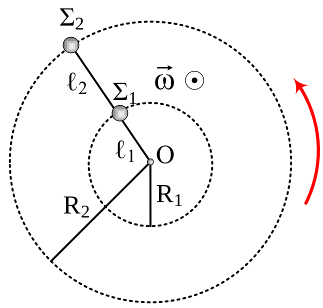
Οι τάσεις των νημάτων.



Τα σημειακά σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ που φαίνονται στην διπλανή εικόνα έχουν μάζες $m_1 = 0{,}2$ kg και $m_2 = 0{,}4$ kg αντίστοιχα. Τα δύο νήματα με μήκη ℓ_1 και ℓ_2 είναι αβαρή και μη εκτατά. Τα δύο σώματα περιστρέφονται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα, πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και η ακτίνα περιστροφής του $Σ_2$ είναι $R_2 = 30$ cm. Το σώμα $Σ_1$ σε όλη τη διάρκεια της κυκλικής του κίνησης δέχεται δύο ακτινικές δυνάμεις με μέτρα 12 N και 14 N.

α. Να βρείτε τη δύναμη που δέχεται το $Σ_2$ από το νήμα μήκους ℓ_2 εξηγώντας αναλυτικά την απάντησή σας.

β. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του $Σ_2$

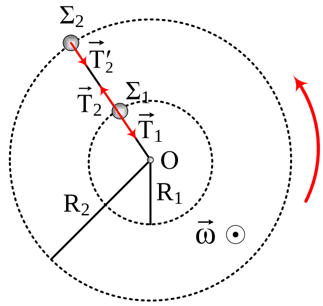
γ. Να βρείτε τα μήκη των νημάτων.

Κάποια στιγμή το νήμα που συγκρατεί το $Σ_2$ κόβεται και αυτό κινείται οριζόντια.

δ. Να βρείτε την οριζόντια απόσταση μεταξύ των $Σ_1$ και $Σ_2$ την στιγμή που οι ταχύτητες τους είναι κάθετες για πρώτη φορά.

Δίνεται $π = 3{,}14$.

Λύση



α. Το σώμα $Σ_1$ δέχεται μία δύναμη $\vec{T}_1$ από το νήμα 1 και μία δύναμη $\vec{T}_2$ από το νήμα 2. Οι δύο αυτές δυνάμεις είναι αντίρροπες. Για να έχουμε κυκλική κίνηση θα πρέπει η συνισταμένη των ακτινικών δυνάμεων να έχουν κατεύθυνση προς το κέντρο. Άρα: $T_1 = 14$ N και $T_2 = 12$ N. Το σώμα $Σ_2$ δέχεται μία δύναμη από το νήμα 2, την $\vec{T}'_2$ και επειδή το νήμα είναι αβαρές ισχύει: $T'_2 = T_2 = 12\,\text{N}$

β. Για την κυκλική κίνηση του $Σ_2$ ισχύει:

$$\Sigma\vec{F}_R = \vec{F}_\kappa \Rightarrow T'_2 = \frac{m_2 \upsilon_2^2}{R_2} \Rightarrow \upsilon_2 = \sqrt{\frac{T'_2 R_2}{m_2}} \Rightarrow \upsilon_2 = \sqrt{\frac{12\cdot 0{,}3}{0{,}4}}\,\frac{m}{s} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_2 = 3\ m/s}.$$

Έτσι λοιπόν $K_2 = \frac{1}{2} m_2 \upsilon_2^2 \Rightarrow K_2 = \frac{1}{2}\cdot 0{,}4\cdot 9\,\text{J} \Rightarrow$ **$K_2 = 1{,}8$ J**.

γ. Ισχύει $υ_2 = ωR_2 \Rightarrow$ **ω = 10 rad/s**.

Για την κυκλική κίνηση του $Σ_1$ ισχύει:

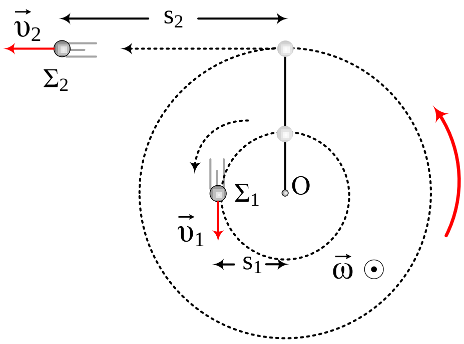
$$\Sigma\vec{F}_R = \vec{F}_κ \Rightarrow T_1 - T_2 = \frac{m_1 υ_1^2}{R_1} = \frac{m_1(ωR_1)^2}{R_1} = m_1 ω^2 R_1 \Rightarrow R_1 = \frac{T_1 - T_2}{m_1 ω^2} \Rightarrow R_1 = \frac{14-12}{0,2\cdot 100}\,\text{m} \Rightarrow \mathbf{R_1 = 0,1\ m}.$$

Τελικά: $\ell_1 = R_1 \Rightarrow$ **ℓ_1 = 0,1 m** και $\ell_2 = R_2 - R_1 \Rightarrow$ **ℓ_2 = 0,2 m**.

δ. Μετά το κόψιμο του νήματος το $Σ_2$ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με ταχύτητα μέτρου $υ_2 = 3$ m/s. Οι ταχύτητες (τα διανύσματα τους) θα γίνουν για πρώτη φορά κάθετες την στιγμή που το $Σ_1$ θα διαγράψει τεταρτοκύκλιο μετά το κόψιμο του νήματος. Αυτό θα συμβεί μετά από χρονικό διάστημα:

$$\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{2\pi}{4ω} \Rightarrow \mathbf{\Delta t = 0,05\pi\ s}.$$

Η οριζόντια απόσταση που διανύει το $Σ_2$ είναι:



$s_2 = υ_2\Delta t \Rightarrow s_2 = 3\cdot 0,05\pi$ m $= 0,15\pi$ m $\Rightarrow$ **s_2 = 0,471 m**.

Η επιβατική ακτίνα του $Σ_1$ την στιγμή που οι ταχύτητες των δύο θα είναι κάθετες θα είναι παράλληλη με την διεύθυνση κίνησης του $Σ_2$. Έτσι από την αρχική θέση θα απέχει οριζόντια απόσταση

$s_1 = R_1$ = 0,1 m.

Άρα η οριζόντια τους απόσταση είναι: $d = s_2 - s_1 \Rightarrow$ **d = 0,371 m**.