

ΕΞΑΝΑΓΚΑΣΜΕΝΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

A. Εξαναγκασμένες μηχανικές ταλαντώσεις

☞ **Ελεύθερη - αμείωτη ταλάντωση και ποια η συχνότητα και η περίοδος της.**

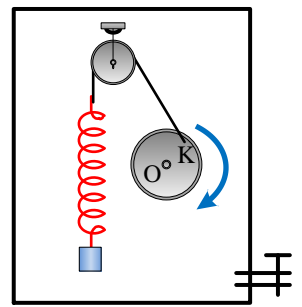
Ένα σύστημα εκτελεί ελεύθερη ταλάντωση όταν διεγερθεί κατάλληλα και αφεθεί στη συνέχεια ελεύθερο να ταλαντωθεί. **Αν δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας**, η ταλάντωση λέγεται **ελεύθερη - αμείωτη** και **η συχνότητα** με την οποία ταλαντώνεται **λέγεται ιδιοσυχνότητα f_0** ή φυσική συχνότητα της ταλάντωσης και **η περίοδος** της ονομάζεται **ιδιοπερίοδος T_0** . **Η ιδιοσυχνότητα της ελεύθερης** και αμείωτης ταλάντωσης ενός ταλαντούμενου συστήματος **εξαρτάται από τα φυσικά χαρακτηριστικά** του συστήματος. Όταν ένα μηχανικό σύστημα εκτελεί ελεύθερη - αμείωτη ταλάντωση, τότε ταλαντώνεται με συχνότητα

(ιδιοσυχνότητα): $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$ όπου k η σταθερά του ελατηρίου.

☞ **Ποια ταλάντωση ονομάζεται εξαναγκασμένη**

Στην πράξη οι ταλαντώσεις είναι **φθίνουσες**. Στη διάρκεια της περιόδου μιας φθίνουσας ταλάντωσης ένα **μέρος της μηχανικής ενέργειας της ταλάντωσης μεταφέρεται στο περιβάλλον** μέσω του έργου των μη συντηρητικών δυνάμεων που αντιτίθενται στην κίνηση. Αν θέλουμε να διατηρείται σταθερή η μηχανική ενέργεια της ταλάντωσης και συνεπώς το σύστημα να εκτελεί ταλαντώσεις σταθερού πλάτους, πρέπει να **προσφέρουμε ενέργεια** σε αυτό, έτσι **ώστε να αναπληρώνονται οι ενεργειακές του απώλειες**. Για να πετύχουμε κάτι τέτοιο, πρέπει να ασκούμε στο σύστημα μια εξωτερική περιοδική δύναμη, η οποία λέγεται **διεγείρουσα δύναμη**. Η ταλάντωση αυτή λέγεται εξαναγκασμένη. Συνεπώς:

Εξαναγκασμένη λέγεται η ταλάντωση κατά την οποία το ταλαντούμενο σύστημα δέχεται την επίδραση εξωτερικής περιοδικής δύναμης που προσφέρει ενέργεια στο σύστημα, έτσι ώστε να αναπληρώνονται οι ενεργειακές του απώλειες και κατά συνέπεια να **εκτελεί ταλάντωση σταθερού πλάτους** (αμείωτη). Στο διπλανό σχήμα φαίνεται μια πειραματική διάταξη με την οποία πετυχαίνουμε εξαναγκασμένη ταλάντωση του συστήματος μάζα - ελατήριο. Ο τροχός (διεγέρτης) περιστρέφεται με



ΘΕΩΡΙΑ ΣΤΙΣ ΕΞΑΝΑΓΚΑΣΜΕΝΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

σταθερή συχνότητα (συχνότητα του διεγέρτη) και το σύστημα (μάζα - ελατήριο) ταλαντώνεται μέσα σε δοχείο με αέρα.

☞ Συμπεράσματα από τη μελέτη της εξαναγκασμένης ταλάντωσης για τη συχνότητα, την περίοδο και το πλάτος

Μια απλή περίπτωση εξαναγκασμένης ταλάντωσης είναι αυτή κατά την οποία η διεγείρουσα δύναμη είναι αρμονική συνάρτηση του χρόνου. Στην περίπτωση αυτή αποδεικνύεται ότι μετά από κάποιο χρόνο από τη στιγμή που άρχισε να ενεργεί η δύναμη και ανεξάρτητα από τις αρχικές συνθήκες το σύστημα εκτελεί αρμονική ταλάντωση σταθερού πλάτους και σταθερής συχνότητας (μόνιμη κατάσταση). Η μελέτη που ακολουθεί αναφέρεται στη μόνιμη κατάσταση όπου το πλάτος της ταλάντωσης έχει σταθεροποιηθεί.

α. Για τη συχνότητα και την περίοδο

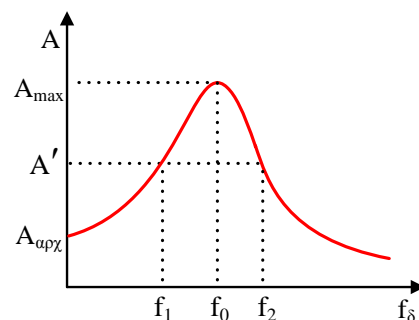
Η συχνότητα - περίοδος με την οποία ταλαντώνεται το σύστημα είναι ίση με τη συχνότητα - περίοδο του διεγέρτη, δηλαδή του παράγοντα που ασκεί τη διεγείρουσα δύναμη. **Ο διεγέρτης μπορεί να μεταβάλλει τη συχνότητα του** (ο τροχός να γυρίζει πιο γρήγορα ή πιο αργά) και κατά συνέπεια να μεταβάλλει και τη συχνότητα ταλάντωσης του συστήματος. **Ο διεγέρτης επιβάλλει τη συχνότητα του στο σύστημα.**

β. Για το πλάτος

Για συγκεκριμένη συχνότητα διεγέρτη και συγκεκριμένη σταθερά απόσβεσης b , **το πλάτος** της εξαναγκασμένης ταλάντωσης **παραμένει σταθερό** σε όλη τη διάρκεια της ταλάντωσης.

☞ Εξάρτηση του πλάτους της εξαναγκασμένης ταλάντωσης από τη συχνότητα του διεγέρτη

Για **διαφορετική συχνότητα** του διεγέρτη το ταλαντούμενο σύστημα έχει **διαφορετικό πλάτος**. Αυτό σημαίνει ότι, αν αλλάξει η συχνότητα του διεγέρτη, χωρίς να υπάρξει κάποια άλλη αλλαγή στο σύστημα, τότε θα αλλάξει και το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης (στη νέα συχνότητα το σύστημα θα ταλαντώνεται με νέο πλάτος, το οποίο όμως



θα παραμένει σταθερό σε όλη τη διάρκεια της ταλάντωσης). Η διπλανή γραφική παράσταση δείχνει το πώς μεταβάλλεται για δεδομένη μικρή σταθερά απόσβεσης (b) το πλάτος (A) της εξαναγκασμένης ταλάντωσης

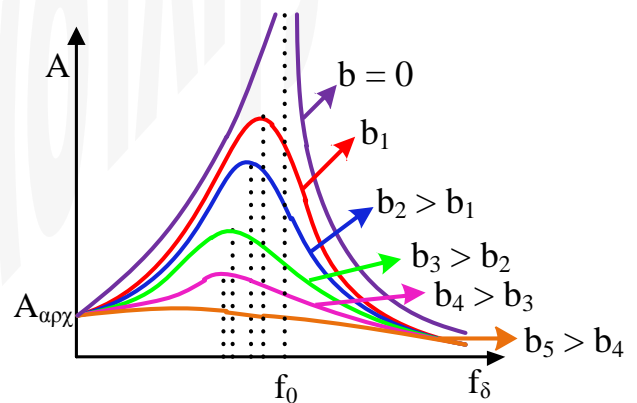
ΘΕΩΡΙΑ ΣΤΙΣ ΕΞΑΝΑΓΚΑΣΜΕΝΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

ενός συστήματος σε συνάρτηση με τη συχνότητα του διεγέρτη (f_δ). Από τη γραφική παράσταση παρατηρούμε πως **όταν η συχνότητα του διεγέρτη** (άρα και η συχνότητα ταλάντωσης του συστήματος) **γίνει ίση με την ιδιοσυχνότητα του συστήματος**, τότε **το πλάτος** της εξαναγκασμένης ταλάντωσης **είναι το μέγιστο δυνατό** (A_{\max}).

☞ **Πώς εξαρτάται το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης από τη σταθερά απόσβεσης b ;**

Αν αυξηθεί η σταθερά απόσβεσης, τότε για δεδομένη συχνότητα διεγέρτη **το πλάτος** της ταλάντωσης του συστήματος **θα μειωθεί**. Επίσης, **το μέγιστο πλάτος** είναι **μικρότερο για μεγαλύτερη σταθερά απόσβεσης**.

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση του πλάτους σε συνάρτηση με τη συχνότητα του διεγέρτη



για διάφορες τιμές της σταθεράς απόσβεσης b . Όπως είναι φανερό από τη γραφική παράσταση, για **μικρές τιμές της σταθεράς b** **το πλάτος της ταλάντωσης μεγιστοποιείται όταν η συχνότητα του διεγέρτη** (άρα και η συχνότητα ταλάντωσης του συστήματος) **γίνει ίση με την ιδιοσυχνότητα (f_0)**. Για πολύ μεγάλες σταθερές απόσβεσης **δεν παρατηρείται** το φαινόμενο **της μεγιστοποίησης του πλάτους** για κάποια συχνότητα.

Παρατήρηση: Το πλάτος $A_{\alphaρχ}$ είναι το πλάτος της αμείωτης ταλάντωσης που θα εκτελούσε το σύστημα αν η συχνότητα του διεγέρτη και η σταθερά απόσβεσης ήταν μηδέν. Στην περίπτωση όπου ο διεγέρτης είναι ο τροχός το πλάτος αυτό ισούται με την απόσταση (OK), που είναι η απόσταση μεταξύ του κέντρου περιστροφής O του τροχού και του σημείου K στο οποίο δένεται το σχοινί.

☞ **Συμπεράσματα προκύπτουν από τη μελέτη της εξαναγκασμένης ταλάντωσης για την ενέργεια**

Για να διατηρείται το πλάτος της ταλάντωσης σταθερό, η διεγείρουσα δύναμη πρέπει να **αναπληρώνει την ενέργεια** που χάνεται σε κάθε κύκλο εξαιτίας των τριβών. Έτσι, στη μόνιμη κατάσταση, το πλάτος και η φάση ενός εξαναγκασμένου ταλαντωτή αποκτούν τέτοιες τιμές, ώστε **η ενέργεια ανά περίοδο** που

ΘΕΩΡΙΑ ΣΤΙΣ ΕΞΑΝΑΓΚΑΣΜΕΝΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

παρέχεται στο σύστημα από τη διεγείρουσα δύναμη (μέση ισχύς) να **είναι ακριβώς ίση με αυτήν που χάνεται** λόγω των τριβών. **Ο τρόπος** με τον οποίο το ταλαντούμενο σύστημα **αποδέχεται** την ενέργεια **είναι εκλεκτικός** και έχει να κάνει με τη συχνότητα υπό την οποία προσφέρεται.

☞ Πότε το σύστημα βρίσκεται στην κατάσταση συντονισμού

Μεταβάλλοντας τη συχνότητα του διεγέρτη (άρα και τη συχνότητα ταλάντωσης) μεταβάλλεται και το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος. **Όταν η συχνότητα του διεγέρτη γίνει ίση με την ιδιοσυχνότητα του συστήματος**, τότε το σύστημα ταλαντώνεται με τα μέγιστο δυνατό πλάτος (A_{\max}) και λέμε ότι **βρίσκεται στην κατάσταση συντονισμού**. Στην κατάσταση αυτή **η ενέργεια** μεταφέρεται από το διεγέρτη προς το σύστημα με το **βέλτιστο τρόπο** και για το λόγο αυτό το πλάτος της ταλάντωσης είναι μέγιστο.

Παρατήρηση: Αν η σταθερά απόσβεσης ισούται με μηδέν ($b = 0$, ιδανική κατάσταση), τότε ο συντονισμός επιτυγχάνεται για συχνότητα διεγέρτη ακριβώς ίση με την ιδιοσυχνότητα του συστήματος. Το ίδιο μπορούμε να θεωρήσουμε ότι συμβαίνει για μικρές τιμές της σταθεράς απόσβεσης. **Για μεγαλύτερη σταθερά απόσβεσης** το φαινόμενο του **συντονισμού** (μεγιστοποίηση του πλάτους) επιτυγχάνεται για κάποια τιμή της συχνότητας του διεγέρτη που είναι **μικρότερη από την ιδιοσυχνότητα** του συστήματος.

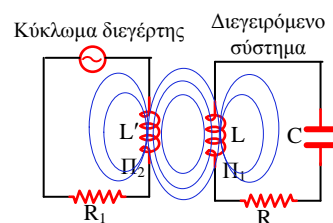
B. Εξαναγκασμένες ηλεκτρικές ταλαντώσεις

Ένα κύκλωμα LC, αν διεγερθεί κατάλληλα, εκτελεί ελεύθερη ταλάντωση. Αν το κύκλωμα είναι ιδανικά (δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας), τότε η ταλάντωση είναι ελεύθερη και αμείωτη. Η ιδιοσυχνότητα της

ελεύθερης και αμείωτης ηλεκτρικής ταλάντωσης υπολογίζεται από τη σχέση: $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

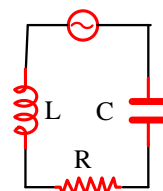
Αν το **κύκλωμα**, όπως συμβαίνει στην πράξη, έχει **ωμική αντίσταση**, τότε η ηλεκτρική ταλάντωση είναι **φθίνουσα** με συχνότητα **f** η οποία είναι γενικά **μικρότερη από την f_0** (για μικρές τιμές της αντίστασης μπορούμε να θεωρούμε ότι ισούται με f_0).

Ένα κύκλωμα LC μπορεί να εκτελέσει εξαναγκασμένη ταλάντωση αν χρησιμοποιήσουμε τη διάταξη που φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το κύκλωμα (I) περιλαμβάνει πηνίο (Π_1) με συντελεστή αυτεπαγωγής L και πυκνωτή χωρητικότητας C. Η ωμική αντίσταση του κυκλώματος είναι ίση με R. Το



κύκλωμα (II), που μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως διεγέρτης, περιλαμβάνει πηνίο (Π_2) συνδεδεμένο με πηγή εναλλασσόμενης τάσης. Τα δύο πηνία, Π_1 και Π_2 , βρίσκονται σε επαγωγική σύζευξη, με αποτέλεσμα οποιαδήποτε μεταβολή του ρεύματος στο πηνίο Π_2 να συνοδεύεται από εμφάνιση ΗΕΔ από αμοιβαία επαγωγή στο πηνίο Π_1 . **Αν το κύκλωμα (II) διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα συχνότητας f** (συχνότητα διεγέρτη), τότε **στο πηνίο Π_1 εμφανίζεται ΗΕΔ από αμοιβαία επαγωγή** και τελικά το κύκλωμα (I) διαρρέεται από εναλλασσόμενο ρεύμα ίδιας συχνότητας με το ρεύμα του κυκλώματος (II). Επομένως το κύκλωμα (I) εκτελεί εξαναγκασμένη ηλεκτρική ταλάντωση (ταλαντούμενο κύκλωμα) με συχνότητα f ίση με τη συχνότητα του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα (II) (διεγέρτης).

Εξαναγκασμένη ηλεκτρική ταλάντωση μπορούμε να πετύχουμε και με τη βοήθεια του κυκλώματος του διπλανού σχήματος. **Η πηγή εναλλασσόμενης τάσης λειτουργεί ως**



διεγέρτης και το κύκλωμα RLC ταλαντώνεται με συχνότητα ίση με αυτή της πηγής. Μεταβάλλοντας τη συχνότητα του διεγέρτη, μεταβάλλεται και η συχνότητα των ηλεκτρικών ταλαντώσεων στο ταλαντούμενο κύκλωμα και κατά συνέπεια μεταβάλλεται και το πλάτος της έντασης του ρεύματος που το διαρρέει. **Το πλάτος της έντασης του ρεύματος γίνεται μέγιστο όταν η συχνότητα f του διεγέρτη γίνει ίση με την**

ΘΕΩΡΙΑ ΣΤΙΣ ΕΞΑΝΑΓΚΑΣΜΕΝΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

ιδιοσυχνότητα (f_0) του ταλαντούμενου κυκλώματος, δηλαδή όταν $f = f_0$. Τότε λέμε ότι έχουμε συντονισμό.

Στο παρακάτω σχήμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις του πλάτους της έντασης του ρεύματος σε συνάρτηση με τη συχνότητα του διεγέρτη για διάφορες τιμές της αντίστασης R του κυκλώματος.

