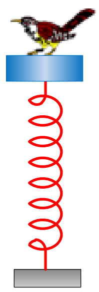
ΕΚΡΗΞΗ (Ή ΕΚΤΙΝΑΞΗ) ΚΑΙ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ

Ένα άλλο είδος προβλημάτων που θα μελετήσουμε είναι αυτό της έκρηξης και της ταλάντωσης.

Όπως θα δούμε παρακάτω πρόκειται για μία περίπτωση αντίθετη του συσσωματώματος, αφού εδώ οι μάζες ενώ ήταν μαζί διαχωρίζονται.

Μερικές περιπτώσεις θα δούμε παρακάτω.

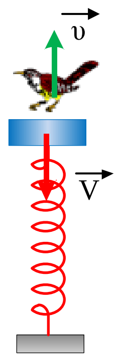
1. Κατακόρυφη εκτίναξη.



Δίσκος μάζας M είναι στερεωμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k, του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο. Πάνω στο δίσκο κάθεται ένα πουλί μάζας και κάποια στιγμή εκτινάσσεται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα υ.

Τα ερωτήματα που θα μας απασχολήσουν εδώ είναι:

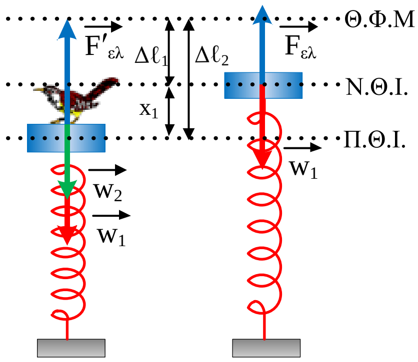
α. να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας που αποκτά ο δίσκος.



Οι δυνάμεις που αναπτύσσονται ανάμεσα στο πουλί και το δίσκο είναι εσωτερικές δυνάμεις, το βάρος μεν από το πουλί και από το δίσκο όπως και η δύναμη του ελατηρίου είναι εξωτερικές δυνάμεις αλλά μπορούμε να τις χαρακτηρίσουμε αμελητέες σε σχέση με αυτές ανάμεσα στο πουλί και το δίσκο, οπότε το σύστημα θεωρείται μονωμένο και μπορούμε να εφαρμόσουμε την αρχή διατήρησης της ορμής.

$$\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} \Rightarrow 0 = \vec{p}_{M} + \vec{p}_{m} \Rightarrow 0 = -MV + mυ \Rightarrow \mathbf{V = \frac{mυ}{M}}$$

β. να βρεθεί το πλάτος της ταλάντωσης του δίσκου,



Το σώμα M ισορροπεί στη θέση όπου ισχύει:

$$\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow w_1 = F_{ελ} \Rightarrow Mg = kΔ\ell_1 \Rightarrow \mathbf{Δ\ell_1 = \frac{Mg}{k}}$$

Το σύστημα των δύο ισορροπούσε σε μία θέση για την οποία έχουμε:

$$\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow w_1 + w_2 = F'_{ελ} \Rightarrow Mg + mg = kΔ\ell_2 \Rightarrow \mathbf{Δ\ell_2 = \frac{(M+m)g}{k}}$$

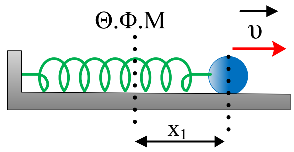
Η ταλάντωση που θα επακολουθήσει θα γίνει γύρω από την νέα θέση ισορροπίας (Ν.Θ.Ι.).

Ο δίσκος ξεκινά την ταλάντωση του από τη Ν.Θ.Ι. αλλά απέχει από αυτή: $x_1 = \Delta\ell_2 - \Delta\ell_1 \Rightarrow \mathbf{x_1 = \frac{mg}{k}}$ (δηλαδή όσο επιπλέον παραμόρφωση προκαλούσε το σώμα m που φεύγει) και την στιγμή εκείνη έχει ταχύτητα $\vec{V}$.

Για το πλάτος της ταλάντωσης εφαρμόζουμε Α.Δ.Ε. για την ταλάντωση στην Π.Θ.Ι. όπου $\mathbf{x_1 = \frac{mg}{k}}$.

$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 \Rightarrow \mathbf{A = \sqrt{\frac{MV^2}{k} + x_1^2}}$$

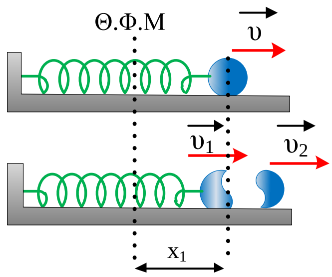
2. Έκρηξη έχοντας ταχύτητα πριν απ' αυτήν.



Ένα σώμα μάζας m που φέρει εσωτερικό εκρηκτικό μηχανισμό είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους Α πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Τη στιγμή που το σώμα βρίσκεται σε απομάκρυνση x_1 εκρήγνυται σε δύο κομμάτια. Το πρώτο κομμάτι μάζας m_1 παραμένει δεμένο με το ελατήριο και συνεχίζει την ταλάντωση κινούμενο αντίρροπα με το αρχικό σώμα. Το δεύτερο κομμάτι μάζας m_2 κινείται με ταχύτητα $υ_2$ ομόρροπα με το κομμάτι μάζας m.

Τα ερωτήματα που θα μας απασχολήσουν εδώ είναι:

α. Ποιο είναι το πλάτος της ταλάντωσης της μάζας m_1



Οι δυνάμεις που αναπτύσσονται κατά την έκρηξη είναι πολύ μεγάλες και εσωτερικές για το σύστημα, οπότε αυτό μπορεί να θεωρηθεί μονωμένο, συνεπώς η ορμή διατηρείται.

Η ταχύτητα που είχε το σώμα μάζας m πριν την κρούση μπορεί να βρεθεί με εφαρμογή της Α.Δ.Ε. στη θέση αυτή.

$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mυ^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 \Rightarrow \mathbf{υ = \sqrt{k(A^2 - x_1^2)}}$$

$$\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} \Rightarrow \vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \Rightarrow mυ = m_1υ_1 + m_2υ_2 \Rightarrow \mathbf{υ_1 = \frac{mυ - m_2υ_2}{m_1}}$$

Η νέα ταλάντωση αρχίζει στη θέση x_1 έχοντας ταχύτητα $υ_1$ και για να βρω το νέο πλάτος εφαρμόζω την Α.Δ.Ε. για την ταλάντωση στη θέση αυτή.

$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}kA_1^2 = \frac{1}{2}m_1υ_1^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 \Rightarrow \mathbf{A_1 = \sqrt{\frac{m_1υ_1^2}{k} + x_1^2}}$$

β. Ποια η ενέργεια που ελευθερώθηκε κατά την έκρηξη

Η διαφορά της κινητικής ενέργειας πριν την κρούση και αυτής μετά την κρούση είναι η ενέργεια που ελευθερώνεται κατά την έκρηξη.

$$E_{εκρ}=K_{τελ}-K_{αρχ}\Rightarrow \mathbf{E_{εκρ}=(\frac{1}{2}m_1υ_1^2+\frac{1}{2}m_2υ_2^2)-\frac{1}{2}mυ^2}$$