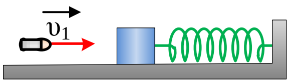
ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΜΕ ΤΡΙΒΗ ΜΕΤΑ ΑΠΟ ΚΡΟΥΣΗ.

Θα μελετήσουμε τώρα συστήματα που η ταλάντωση ξεκινά εξαιτίας μίας κρούσης αλλά λόγω τριβών δεν έχουμε Α.Α.Τ. αλλά φθίνουσα ταλάντωση. Εδώ δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την Α.Δ.Ε. για την ταλάντωση αλλά μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την Α.Δ.Ε. για το σύστημα ή το Θ.Μ.Κ.Ε.

1. Σώμα που κινείται με κάποια ταχύτητα συγκρούεται ανελαστικά με άλλο σώμα δεμένο στο άκρο οριζοντίου ελατηρίου.



Βλήμα μάζας m_1 κινείται σε οριζόντιο τροχιά με ταχύτητα $\vec{\upsilon}_1$ συγκρούεται πλαστικά με σώμα μάζας m_2 που βρίσκεται σε επίπεδο που παρουσιάζει τριβή με συντελεστή τριβής μ, δεμένο στο άκρο οριζοντίου ελατηρίου σταθεράς k του οποίου το άλλο άκρο είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο.

Τα ερωτήματα που θα μας απασχολήσουν εδώ είναι:

Να βρεθεί η μέγιστη παραμόρφωση του ελατηρίου.

Στο σύστημα ασκούνται οι εξωτερικές δυνάμεις $\vec{w}_1, \vec{w}_2$, και η κάθετη αντίδραση του δαπέδου $\vec{N}$. Οι δυνάμεις αυτές είναι αμελητέες σε σχέση με τις δυνάμεις που αναπτύσσονται κατά την κρούση ($\vec{N}, \vec{w}_1$ έχουν άλλωστε συνισταμένη μηδέν). Άρα το σύστημα μπορεί να θεωρηθεί μονωμένο και μπορούμε να εφαρμόσουμε την Α.Δ.Ο.

$$\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} \Rightarrow \vec{p}_1 = \vec{p}_{συσ} \Rightarrow m_1\upsilon_1 = (m_1 + m_2)V \Rightarrow V = \frac{m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2}$$

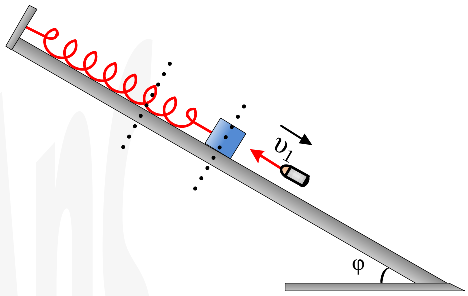
Για να βρούμε την μέγιστη παραμόρφωση του ελατηρίου μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την Α.Δ.Ε. για το σύστημα: $E_{αρχ} = E_{τελ} \Rightarrow K_{συσ} = Q + U_{ελ} \Rightarrow \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 = |-T\cdot\Delta\ell_{max}| + \frac{1}{2}k\cdot\Delta\ell_{max}^2$ με $T = \mu\cdot N = \mu(m_1 + m_2)g$

Όπως βλέπουμε αν έχουμε άγνωστο το $\Delta\ell_{max}$ προκύπτει δευτεροβάθμια εξίσωση.

Η αντιμετώπιση τώρα με Θ.Μ.Κ.Ε. (το έργο της δύναμης του ελατηρίου είναι $W_{F_{ελ}} = -\Delta U_{ελ} = U^{ελ}_{αρχ} - U^{ελ}_{τελ}$

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = \Sigma W \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 = W_T + W_{F_{ελ}} \Rightarrow -\frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 = -T\cdot\Delta\ell_{max} + 0 - \frac{1}{2}k\cdot\Delta\ell_{max}^2$$

2. Πλαστική κρούση σε κεκλιμένο επίπεδο με το πάνω άκρο στην κορυφή.



Σώμα μάζας m_1 εκτοξεύεται κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου και φορά προς τα πάνω όπου ισορροπεί σώμα μάζας m_2 δεμένο σε ελατήριο σταθεράς k, η κρούση τους είναι πλαστική. Το δάπεδο παρουσιάζει τριβή με το σώμα m_2 με συντελεστή μ. Αρχικά τοποθετούμε το σώμα m_2 σε τέτοιο σημείο ώστε το μέτρο της συνιστώσας του βάρους $\vec{w}_{2x}$ και το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου να είναι ίσα.

Τα ερωτήματα που θα μας απασχολήσουν εδώ είναι:

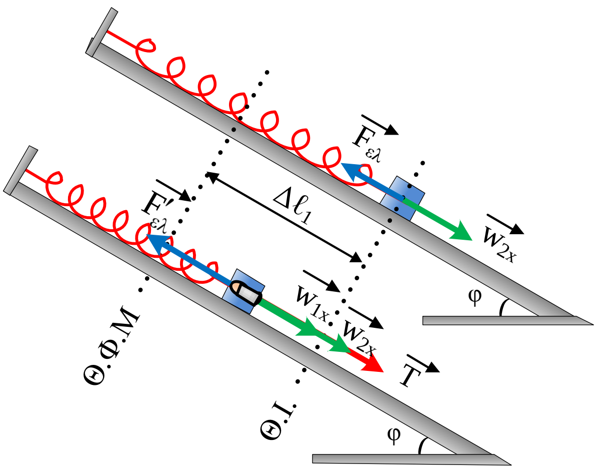
α. Να βρεθεί η απόσταση που διανύει το συσσωμάτωμα κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου.

Την στιγμή της κρούσης στην διεύθυνση της κίνησης οι εξωτερικές δυνάμεις ($\vec{w}_1$, $\vec{w}_2$, $\vec{F}_{ελ}$, $\vec{N}$) είναι αμελητέες σε σχέση με τις δυνάμεις της κρούση οπότε το σύστημα θεωρείται μονωμένο και ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής (θεωρώ την φορά της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_1$ θετική).

$$\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} \Rightarrow \vec{p}_1 = \vec{p}_{συσ} \Rightarrow m_1\upsilon_1 = (m_1 + m_2)V \Rightarrow V = \frac{m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2}$$

Το σώμα m_2 ισορροπεί στη θέση όπου ισχύει: $w_{2x} = F_{ελ} \Rightarrow m_2 g ημφ = k\Delta\ell_1 \Rightarrow \boldsymbol{\Delta\ell_1 = \frac{m_2 g ημφ}{k}}$

Σύμφωνα με την εκφώνηση το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου είναι ίσο με το μέτρο της συνιστώσας του βάρους άρα εφόσον έχουμε ισορροπία $\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{ελ} + \vec{T}_{στ} + \vec{w}_{2x} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{ελ} + \vec{T}_{στ} - \vec{F}_{ελ} = 0 \Rightarrow \vec{T}_{στ} = 0$. Δηλαδή στο σημείο ισορροπίας δεν αναπτύσσεται στατική τριβή.



Αυτό δεν είναι γενικό συμπέρασμα, γιατί θα μπορούσαμε να τοποθετούσαμε το σώμα και σε κάποια άλλη θέση ώστε με την βοήθεια της στατική τριβής να ισορροπεί (κάτι τέτοιο όμως απαιτεί περισσότερα στοιχεία για την ισορροπία του σώματος και το μέτρο της στατικής τριβή).

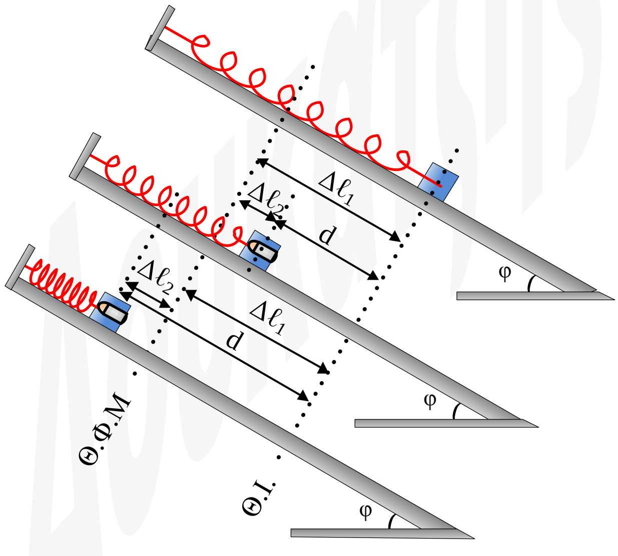
Το συσσωμάτωμα θα σταματήσει σε νέα θέση η οποία μπορεί να είναι είτε πιο κάτω από τη θέση Φ.Μ. είτε πιο πάνω. Αυτό το γεγονός δεν επηρεάζει το έργο της δύναμης του ελατηρίου αφού δεν μας ενδιαφέρει αν στη θέση αυτή το ελατήριο θα είναι επιμηκυμένο κατά $\Delta\ell_2$ ή συσπειρωμένο.

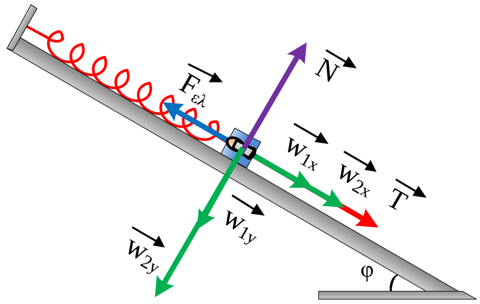
Έτσι λοιπό το έργο της δύναμης του ελατηρίου για μία μετατόπιση d του συσσωματώματος είναι:

$$W_{F_{\varepsilon\lambda}} = -\Delta U = U^{\varepsilon\lambda}_{\alpha\rho\chi} - U^{\varepsilon\lambda}_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}k\Delta\ell_1^2 - \frac{1}{2}k\Delta\ell_2^2$$

Η παραμόρφωση $\Delta\ell_2$ είναι σε κάθε περίπτωση $\Delta\ell_2 = |d - \Delta\ell_1|$ όπως φαίνεται στα παρακάτω σχήματα είτε το συσσωμάτωμα ξεπερνά τη Θ.Φ.Μ. είτε όχι. Άρα:

$$W_{F_{\varepsilon\lambda}} = \frac{1}{2}k\Delta\ell_1^2 - \frac{1}{2}k(\Delta\ell_1 - d)^2 = \frac{1}{2}k\Delta\ell_1^2 - \frac{1}{2}k\Delta\ell_1^2 - \frac{1}{2}kd^2 + \frac{1}{2}k2\Delta\ell_1 d = k\Delta\ell_1 d - \frac{1}{2}kd^2$$





Στο κατακόρυφο άξονα έχουμε: $\Sigma\vec{F}_y = 0 \Rightarrow N = w_{1y} + w_{2y} = m_1 g\sigma\upsilon\nu\varphi + m_2 g\sigma\upsilon\nu\varphi$ και η τριβή ολίσθησης

$$T = \mu N \Rightarrow T = \mu(m_1 + m_2)g\sigma\upsilon\nu\varphi$$

Εφαρμόζω το Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του συσσωματώματος από την δημιουργία του μέχρι να σταματήσει.

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \Sigma W \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 = W_T + W_{F_{\varepsilon\lambda}} + W_{w_{o\lambda}} \Rightarrow$$

$$-\frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2=-\mu(m_1+m_2)g\sigma\upsilon\nu\varphi\cdot d+k\Delta\ell_1 d-\frac{1}{2}kd^2-(m_1+m_2)g\eta\mu\varphi\cdot d$$

Και με λύση της παραπάνω δευτεροβάθμιας έχουμε την ζητούμενη απόσταση.