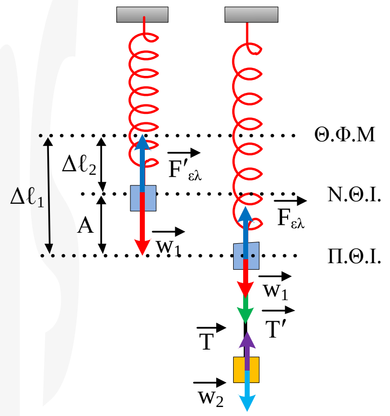
Συστήματα σωμάτων που ξεκινούν την ταλάντωση τους με αλλαγή της θέσης ισορροπίας.

1. Σώματα δεμένα με νήμα σε κατακόρυφο ελατήριο. Ταλάντωση μετά το κόψιμο του νήματος.



Τα σώματα του σχήματος έχουν μάζες m_1 και m_2 και συνδέονται με νήμα. Κόβουμε το νήμα οπότε το σώμα μάζας m_1 αρχίζει να εκτελεί ταλάντωση, να βρεθεί το πλάτος της ταλάντωσης του και να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του.

Πριν κόψουμε το νήμα ισχύει στην Π.Θ.Ι.:

$$\Sigma\vec{F}_{εξωτ.} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{ελ} + \vec{w}_1 + \vec{w}_2 = 0 \xrightarrow{\text{αλγεβρικά}} F_{ελ} = m_1 g + m_2 g \Rightarrow k\Delta\ell_1 = (m_1 + m_2)g$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta\ell_1 = \frac{m_1 g}{k} + \frac{m_2 g}{k}}$$

(Μπορούμε να μελετήσουμε την ισορροπία του κάθε σώματος χωριστά και όχι σαν σύστημα, δηλαδή:)

Σώμα 2: $\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{T} + \vec{w}_2 = 0 \xrightarrow{\text{αλγεβρικά}} T = m_1 g$ (1)

Το νήμα είναι αβαρές άρα (κατά μέτρο) $T' = T = m_1 g$ (2)

Σώμα 1: $\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{ελ} + \vec{w}_1 + \vec{T}' = 0 \xrightarrow{\text{αλγεβρικά}} F_{ελ} = w_1 + T' \Rightarrow F_{ελ} = m_1 g + m_2 g \Rightarrow k\Delta\ell_1 = (m_1 + m_2)g \Rightarrow$

$$\boxed{\Delta\ell_1 = \frac{(m_1 + m_2)g}{k}}$$

Η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης είναι διαφορετική έχουμε Νέα Θ.Ι. που ισχύει:

$$\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{F}' + \vec{w}_1 = 0 \xrightarrow{\text{αλγεβρικά}} F'_{ελ} = m_1 g \Rightarrow k\Delta\ell_2 = m_1 g \Rightarrow \boxed{\Delta\ell_2 = \frac{m_1 g}{k}}$$

Το σώμα μάζας m_1 αρχίζει την ταλάντωση του έχοντας μηδενική ταχύτητα, άρα η Π.Θ.Ι. αποτελεί άκρο για την ταλάντωση σου σώματος Σ_1. Σύμφωνα με τον ορισμό πλάτος είναι η μέγιστη απομάκρυνση από τη (νέα) Θ.Ι. οπότε σύμφωνα με το σχήμα $A = \Delta\ell_1 - \Delta\ell_2 = \frac{m_1 g}{k} + \frac{m_2 g}{k} - \frac{m_1 g}{k} \Rightarrow \boxed{A = \frac{m_2 g}{k}}$

Δηλαδή το πλάτος της ταλάντωσης ισούται με την παραμόρφωση που προκαλεί το σώμα που «φεύγει». Για την εξίσωση της απομάκρυνσης έχουμε: $D = m_1\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1}}$ και αρχική φάση $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}\text{rad}$ ή $\varphi_0 = \frac{3\pi}{2}\text{rad}$ (Αν θεωρήσουμε θετική την φορά προς τα κάτω τότε για t = 0 έχουμε x = +A ⇒…

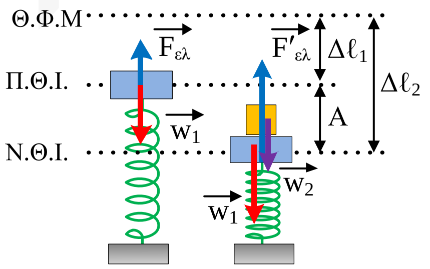
$\varphi_0 = \frac{\pi}{2}\text{rad}$ ενώ αν θεωρήσουμε θετική την φορά προς τα πάνω τότε για t = 0 έχουμε x = –A ⇒…

$\varphi_0 = \frac{3\pi}{2}\text{rad}$)

Σημείωση: Σε πολλές ασκήσεις δίνεται ή ζητείται η απόσταση του σώματος Σ_2 και συνδυάζεται με το χρόνο που το Σ_1 φτάνει σε κάποια θέση (Θ.Ι. t = T/4) ή στην ακραία του θέση (t = T/2).

Το Σ_2 κάνει ελεύθερη πτώση μετά το κόψιμο του νήματος άρα $h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \mathbf{t} = \sqrt{\frac{\mathbf{2h}}{\mathbf{g}}}$.

2. Σώμα που ηρεμεί στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατήριου και πάνω του τοποθετούμε άλλο (με υ = 0) και αρχίζουν να εκτελούν ταλάντωση.



Η περίπτωση αυτή είναι ίδια με την πιο πάνω, ισχύει δηλαδή:

Π.Θ.Ι. $\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{\varepsilon\lambda} + \vec{w}_1 = 0 \xrightarrow{\alpha\lambda\gamma\varepsilon\beta\rho\iota\kappa\acute{\alpha}} F_{\varepsilon\lambda} = w_1 \Rightarrow k\Delta\ell_1 = m_1 g \Rightarrow$

$$\boxed{\Delta\ell_1 = \frac{m_1 g}{k}}$$

Μόλις τοποθετήσουμε το Σ_2 πάνω στο Σ_1 τότε αλλάζει η Θ.Ι. και ισχύει:

$$\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi\omega\tau.} = 0 \Rightarrow \vec{F}'_{\varepsilon\lambda} + \vec{w}_1 + \vec{w}_2 = 0 \xrightarrow{\alpha\lambda\gamma\varepsilon\beta\rho\iota\kappa\acute{\alpha}} F'_{\varepsilon\lambda} = m_1 g + m_2 g \Rightarrow k\Delta\ell_2 = (m_1 + m_2)g \Rightarrow \boxed{\Delta\ell_2 = \frac{m_1 g}{k} + \frac{m_2 g}{k}}$$

Το σύστημα αρχίζει την ταλάντωση του έχοντας μηδενική ταχύτητα, άρα η Π.Θ.Ι. αποτελεί άκρο για την ταλάντωση σου συστήματος Σ_1, Σ_2. Σύμφωνα με τον ορισμό πλάτος είναι η μέγιστη απομάκρυνση από τη (νέα) Θ.Ι. οπότε σύμφωνα με το σχήμα $A = \Delta\ell_2 - \Delta\ell_1 = \frac{m_1 g}{k} + \frac{m_2 g}{k} - \frac{m_1 g}{k} \Rightarrow \boxed{A = \frac{m_2 g}{k}}$

Δηλαδή το πλάτος της ταλάντωσης ισούται με την παραμόρφωση που προκαλεί το σώμα που «τοποθετείται».

Για την εξίσωση της απομάκρυνσης έχουμε: $D = (m_1 + m_2)\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}}$ και αρχική φάση

$\varphi_0 = \frac{\pi}{2}\text{rad}$ ή $\varphi_0 = \frac{3\pi}{2}\text{rad}$ (Αν θεωρήσουμε θετική την φορά προς τα κάτω τότε για t = 0 έχουμε x = –A ⇒… $\varphi_0 = \frac{3\pi}{2}\text{rad}$ ενώ αν θεωρήσουμε θετική την φορά προς τα πάνω τότε για t = 0 έχουμε x = +A ⇒…

$\varphi_0 = \frac{\pi}{2}\text{rad}$)