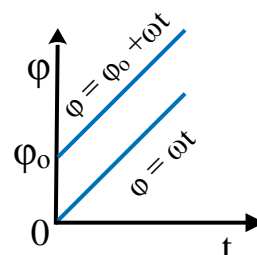


## Η ΦΑΣΗ ΤΗΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ

Τι ονομάζεται φάση της ταλάντωσης.

Η ποσότητα  $\varphi = \omega t + \varphi_0$  που εμφανίζεται στο ημίτονο του  $x = f(t)$  ή στο συνημίτονο του  $v = f(t)$  ή στο μείον ημίτονο του  $a = f(t)$  έχει διαστάσεις γωνίας και λέγεται **φάση της ταλάντωσης**. Η μονάδα μέτρησης της φάσης στο **S.I.** είναι το **1 rad** (ακτίνιο). Αν



θέσουμε στην εξίσωση της φάσης ( $\varphi = \omega t + \varphi_0$ ) όπου  $t = 0$ , προκύπτει η αρχική φάση της ταλάντωσης  $\varphi_0$ , η οποία **καθορίζεται πάντοτε από τις αρχικές συνθήκες**, δηλαδή από το τι συμβαίνει τη χρονική στιγμή  $t = 0$ .

**Παρατήρηση:** Αφού η γραφική παράσταση  $\varphi = f(t)$  είναι **ευθεία γραμμή**, η κλίση της (εφθ) είναι ο συντελεστής του  $t$ , δηλαδή η **γωνιακή συχνότητα  $\omega$** .

☞ **Πότε η ταλάντωση ενός σώματος δεν έχει αρχική φάση.**

Η ταλάντωση ενός σώματος δεν έχει αρχική φάση όταν **τη χρονική στιγμή  $t = 0$  το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του έχοντας θετική ταχύτητα** (δηλαδή για  $t = 0$  είναι  $x = 0$  και  $v > 0$ ). Σε όλες τις άλλες περιπτώσεις η ταλάντωση του σώματος έχει αρχική φάση.

☞ **Τι σημαίνει ότι δύο αρμονικά εναλλασσόμενα μεγέθη έχουν διαφορά φάσης.**

Σημαίνει ότι τα εναλλασσόμενα αυτά μεγέθη **δεν αποκτούν ταυτόχρονα τις μέγιστες τιμές τους ούτε και μηδενίζονται ταυτόχρονα**. Για παράδειγμα, τα μεγέθη ταχύτητα και απομάκρυνση στην απλή αρμονική ταλάντωση εμφανίζουν διαφορά φάσης, αφού όταν η ταχύτητα είναι μέγιστη, η απομάκρυνση ισούται με μηδέν, και αντίστροφα. Δύο αρμονικά εναλλασσόμενα μεγέθη που αποκτούν ταυτόχρονα τις μέγιστες και τις μηδενικές τιμές τους ονομάζονται **συμφασικά μεγέθη**.

**Οι εξισώσεις στην ταλάντωση δίνονται από τις σχέσεις**

$$x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$$

$$v = v_{\max}\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_0) = v_{\max}\eta\mu(\omega t + \varphi_0 + \pi/2)$$

$$a = -a_{\max}\eta\mu(\omega t + \varphi_0) = a_{\max}\eta\mu(\omega t + \varphi_0 + \pi)$$

## ΘΕΩΡΙΑ ΣΤΗΝ ΑΠΛΗ ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ

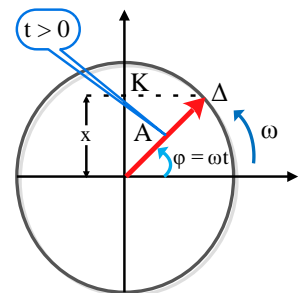
Από αυτό γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι η απομάκρυνση υστερεί κατά  $\pi/2$  της ταχύτητας και κατά  $\pi$  της επιτάχυνσης. Η ταχύτητα υστερεί κατά  $\pi/2$  της επιτάχυνσης και προηγείται κατά  $\pi/2$  της απομάκρυνσης και τέλος η επιτάχυνση προηγείται κατά  $\pi/2$  της ταχύτητας και κατά  $\pi$  της απομάκρυνσης.

**Παρατήρηση:** Η διαφορά φάσης  $\pi/2$  rad μεταξύ δύο αρμονικά εναλλασσόμενων μεγεθών (όπως η ταχύτητα  $v$  και η απομάκρυνση  $x$  ή η ταχύτητα  $v$  και η επιτάχυνση  $a$ , σημαίνει ότι τη χρονική στιγμή που το ένα μέγεθος αποκτά μέγιστη τιμή, το άλλο την ίδια χρονική στιγμή μηδενίζεται, και αντίστροφα. Η διαφορά φάσης  $\pi$  rad μεταξύ δύο αρμονικά εναλλασσόμενων μεγεθών (όπως η επιτάχυνση  $a$  και η απομάκρυνση  $x$ ) σημαίνει ότι τη χρονική στιγμή που το ένα μέγεθος αποκτά τη μέγιστη θετική τιμή του, το άλλο μέγεθος αποκτά τη μέγιστη αρνητική τιμή του, και αντίστροφα. Επιπλέον, τα δύο αυτά μεγέθη μηδενίζονται ταυτόχρονα, με το ένα από τα δύο αμέσως μετά να γίνεται θετικό ενώ το άλλο αρνητικό.

Τέλος τα μεγέθη δύναμη επαναφοράς και επιτάχυνση είναι συμφασικά, δηλαδή παίρνουν ταυτόχρονα την μέγιστη και ελάχιστη τιμή.

## ΤΟ ΣΤΡΕΦΟΜΕΝΟ ΔΙΑΝΥΣΜΑ

Η μελέτη μεγεθών που μεταβάλλονται αρμονικά με το χρόνο, όπως είναι η απομάκρυνση, η ταχύτητα ή η επιτάχυνση ενός σώματος που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, μπορεί να γίνει με τη βοήθεια ενός διανύσματος το οποίο περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα. Συνήθως χρησιμοποιούμε το περιστρεφόμενο διάνυσμα για τη μελέτη της εξίσωσης απομάκρυνσης  $x = f(t)$ . Έστω ένα περιστρεφόμενο διάνυσμα που έχει μήκος ίσο με το πλάτος  $A$  της ταλάντωσης και περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  γύρω από σημείο  $O$ . Έστω επίσης ότι το περιστρεφόμενο διάνυσμα τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ταυτίζεται με τον οριζόντιο θετικό ημιάξονα  $Ox$ , όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Για τυχαία χρονική στιγμή  $t > 0$  το διάνυσμα θα έχει περιστραφεί κατά γωνία  $\varphi = \omega t$  από την αρχική του θέση. Η προβολή  $OK$  του διανύσματος στον κατακόρυφο άξονα (άξονας ημίτονων) ισούται με:



$$(OK) = A\eta\mu\varphi \Rightarrow (OK) = A\eta\mu\omega t \Rightarrow x = A\eta\mu\omega t$$

## ΘΕΩΡΙΑ ΣΤΗΝ ΑΠΛΗ ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ

Συνεπώς μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η προβολή ( $K$ ) του άκρου του περιστρεφόμενου διανύσματος εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A$  με θέση ισοροπίας το σημείο  $O$ . Στο εξής τον κατακόρυφο άξονα θα τον ονομάζουμε άξονα ταλαντώσεων.