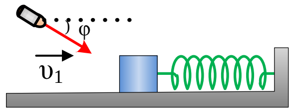
ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΜΕΤΑ ΑΠΟ ΠΛΑΓΙΑ ΚΡΟΥΣΗ.

1. Σώμα που κινείται με κάποια ταχύτητα που σχηματίζει γωνία φ ως προς το κεκλιμένο επίπεδο συγκρούεται πλαστικά με άλλο σώμα δεμένο στο άκρο οριζοντίου ελατηρίου.



Ξύλινο σώμα μάζας m_2 = 4 kg είναι δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k = 80 N/m και ηρεμεί. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Ένα σώμα (βλήμα) μάζας m_1= 1 kg χτυπάει το ξύλο με ταχύτητα μέτρου υ_1 = 5 m/s η διεύθυνση της οποίας σχηματίζει με το οριζόντιο δάπεδο γωνία φ (συνφ = 0,8, ημφ = 0,6). Αν η κρούση είναι πλαστική και στη συνέχεια το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση να βρείτε:

α. την εκλυόμενη θερμότητα στη διάρκεια της κρούσης.

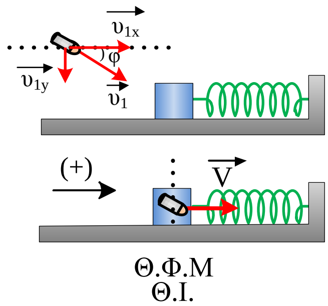
β. το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

γ. το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος όταν το ελατήριο είναι συσπειρωμένο κατά 0,1 m.

δ. το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του ταλαντωτή στην παραπάνω θέση.

ε. την μεταβολή της ορμής του βλήματος και του συστήματος.

Λύση



α. Την στιγμή της κρούσης στην διεύθυνση της κίνησης δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις στην οριζόντια διεύθυνση οπότε το σύστημα είναι μονωμένο εκεί και ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής (θεωρώ την φορά της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_{1x}$ θετική). Στον κατακόρυφο άξονα δεν έχουμε διατήρηση της ορμής αφού μετά την κρούση το συσσωμάτωμα θα κινείται οριζόντια και η ορμή στον κατακόρυφο άξονα θα είναι μηδέν.

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi,(x)} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda,(x)} \Rightarrow \vec{p}_{1,x} = \vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma} \Rightarrow m_1\upsilon_1\sigma\upsilon\nu\varphi = (m_1+m_2)V \Rightarrow V = \frac{m_1\upsilon_1\sigma\upsilon\nu\varphi}{m_1+m_2} \Rightarrow V = \frac{1\cdot 5\cdot 0,8}{5} \Rightarrow \mathbf{V = 0,8\frac{m}{s}}$$

Άρα $Q = E_{\alpha\pi} = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 = 12,5 - 1,6 \Rightarrow \mathbf{Q = 10,9\ J}$

β. Η κρούση έγινε στη Θ.Ι. της ταλάντωσης οπότε η ταχύτητα $\vec{V}$ είναι η μέγιστη ταχύτητα της ταλάντωσης και ισχύει $V = \upsilon_{max} = \omega A \Rightarrow \mathbf{A = \frac{V}{\omega}}$ (1), κυκλική συχνότητα βρίσκεται από τη σχέση

$$D = k = (m_1 + m_2)\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} \Rightarrow \boldsymbol{\omega = 4\,\frac{rad}{s}}.$$

(1) $\Rightarrow$ **A = 0,2 m**

γ. Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ε. για την ταλάντωση και έχουμε:

$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\upsilon^2 + \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{k(A^2 - x^2)}{m_1 + m_2}} \Rightarrow \upsilon = 4\sqrt{\frac{80(0,04 - 0,01)}{5}} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon = 0,4\sqrt{3}\,\frac{m}{s}}$$

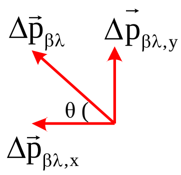
δ. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι: $dK = \Sigma W \Rightarrow \frac{dK}{dt} = \frac{\Sigma W}{dt} = \frac{\Sigma\vec{F}\cdot d\vec{x}}{dt} \Rightarrow \frac{dK}{dt} = \Sigma\vec{F}\cdot\vec{\upsilon} \Rightarrow$

$$\frac{dK}{dt} = -Dx\upsilon \Rightarrow \left|\frac{dK}{dt}\right| = \left|-80\cdot 0,1\cdot 0,4\sqrt{3}\right| \Rightarrow \boldsymbol{\left|\frac{dK}{dt}\right| = 3,2\sqrt{3}\,\frac{J}{s}}$$

ε. Για την μεταβολή της ορμής του βλήματος στον άξονα x′x έχουμε (θετική η φορά προς τα δεξιά):

$$\Delta\vec{p}_{\beta\lambda,x} = \vec{p}^{\,\beta\lambda}_{\tau\varepsilon\lambda,x} - \vec{p}^{\,\beta\lambda}_{\alpha\rho\chi,x} \Rightarrow \Delta p_{\beta\lambda,x} = p^{\beta\lambda}_{\tau\varepsilon\lambda,x} - p^{\beta\lambda}_{\alpha\rho\chi,x} \Rightarrow \Delta p_{\beta\lambda,x} = m_1 V - m_1\upsilon_1\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow$$

$$\Delta p_{\beta\lambda,x} = 0,8 - 4 \Rightarrow \boldsymbol{\Delta p_{\beta\lambda,x} = -3,2\,\frac{kg\cdot m}{s}}$$



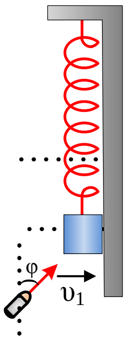
Για την μεταβολή της ορμής του βλήματος στον άξονα y′y έχουμε (θετική η φορά προς τα πάνω):

$$\Delta\vec{p}_{\beta\lambda,y} = \vec{p}^{\,\beta\lambda}_{\tau\varepsilon\lambda,y} - \vec{p}^{\,\beta\lambda}_{\alpha\rho\chi,y} \Rightarrow \Delta p_{\beta\lambda,y} = 0 - (-p^{\beta\lambda}_{\alpha\rho\chi,y}) \Rightarrow \Delta p_{\beta\lambda,y} = m_1\upsilon_1\eta\mu\varphi \Rightarrow \boldsymbol{\Delta p_{\beta\lambda,y} = 3\,\frac{kg\cdot m}{s}}$$

Άρα έχουμε: $\Delta p_{\beta\lambda} = \sqrt{\Delta p^2_{\beta\lambda,x} + \Delta p^2_{\beta\lambda,y}} \Rightarrow \boldsymbol{\Delta p_{\beta\lambda} = \sqrt{19,24}\,\frac{kg\cdot m}{s}}$ και $\varepsilon\varphi\theta = \frac{\Delta p_{\beta\lambda,y}}{\Delta p_{\beta\lambda,x}} \Rightarrow \varepsilon\varphi\theta = \frac{3}{3,2}$ όπως φαίνεται στο σχήμα.

Για το σύστημα δεν έχουμε μεταβολή στον άξονα x′x αφού εκεί έχουμε διατήρηση $\Delta p_x = 0$ η μεταβολή στον άξονα y′y είναι ίση με αυτή του βλήματος άρα $\mathbf{\Delta p_y = 3}$ **kg·m/s** οπότε και $\mathbf{\Delta p_{\sigma\upsilon\sigma\tau.} = \Delta p_y = 3}$ **kg·m/s.**

2. Πλαστική κρούση σε κατακόρυφο ελατήριο με το πάνω άκρο στην οροφή.



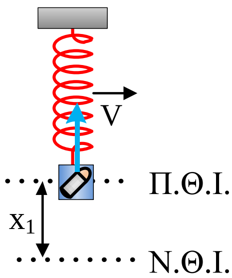
Σώμα μάζας $m_1 = 0{,}4$ kg εκτοξεύεται υπό γωνία $\varphi = 30^o$, όπως στο σχήμα, προς το κατακόρυφο ελατήριο όπου ισορροπεί σώμα μάζας $m_2 = 1{,}6$ kg, η κρούση τους είναι πλαστική και η απώλεια της ενέργειας είναι $E_{\alpha\pi} = 17$ J. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί Α.Α.Τ. πλάτους $A = 0{,}4$ m. Να βρεθούν:

α. η ορμή του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση

β. η σταθερά του ελατηρίου

γ. η ελάχιστη τιμή της δύναμης του ελατηρίου

Λύση



α. Την στιγμή της κρούσης στην διεύθυνση της κίνησης οι εξωτερικές δυνάμεις ($\vec{w}_1$, $\vec{w}_2, \vec{F}_{\varepsilon\lambda}$) είναι αμελητέες σε σχέση με τις δυνάμεις της κρούση οπότε το σύστημα θεωρείται μονωμένο και ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής (θεωρώ την φορά της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_1$ θετική).

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi,(y)} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda,(y)} \Rightarrow \vec{p}_{1,y} = \vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma} \Rightarrow m_1\upsilon_1\sigma\upsilon\nu\varphi = (m_1+m_2)V \Rightarrow V = \frac{m_1\upsilon_1\sigma\upsilon\nu\varphi}{m_1+m_2} \quad (1)$$

Η απώλεια της ενέργειας είναι: $E_{\alpha\pi} = K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 \overset{(1)}{\Rightarrow}$

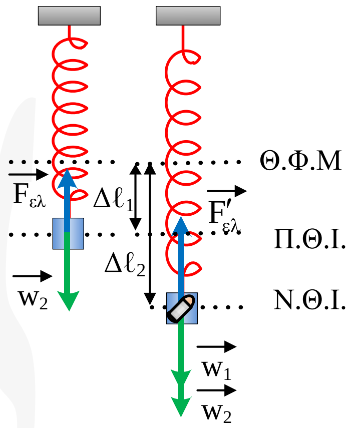
$$E_{\alpha\pi} = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}(m_1+m_2)\frac{m_1^2\upsilon_1^2\sigma\upsilon\nu^2\varphi}{(m_1+m_2)^2} = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2\left(1-\frac{m_1\sigma\upsilon\nu^2\varphi}{m_1+m_2}\right) \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{\frac{2E_{\alpha\pi}}{m_1\left(1-\frac{m_1\sigma\upsilon\nu^2\varphi}{m_1+m_2}\right)}} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_1 = 10\frac{m}{s}}$$

Από την (1) έχουμε: $\mathbf{V = \sqrt{3}\frac{m}{s}}$ και η ορμή του συσσωματώματος $p_{\sigma\upsilon\sigma} = (m_1+m_2)V \Rightarrow \mathbf{p_{\sigma\upsilon\sigma} = 2\sqrt{3}\frac{kg\cdot m}{s}}$.

β. Το σώμα m_2 ισορροπεί στη θέση όπου ισχύει: $\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow w_2 = F_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_2 g = k\Delta\ell_1 \Rightarrow \mathbf{\Delta\ell_1 = \frac{m_2 g}{k}}$

Το συσσωμάτωμα θα ισορροπεί σε μία νέα θέση για την οποία θα έχουμε:

$$\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow w_1 + w_2 = F'_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_1 g + m_2 g = k\Delta\ell_2 \Rightarrow \boldsymbol{\Delta\ell_2 = \frac{m_1 g + m_2 g}{k}} \quad (2)$$



Η ταλάντωση που θα επακολουθήσει θα γίνει γύρω από την νέα θέση ισορροπίας (Ν.Θ.Ι.).

Το συσσωμάτωμα δεν ξεκινά την ταλάντωση του από τη Ν.Θ.Ι. αλλά απέχει από αυτή:

$x_1 = \Delta\ell_2 - \Delta\ell_1 = \dfrac{m_1 g + m_2 g}{k} - \dfrac{m_2 g}{k} \Rightarrow \boldsymbol{x_1 = \dfrac{m_1 g}{k}}$ (δηλαδή όσο επιπλέον παραμόρφωση προκαλεί το σώμα m_1 που συσσωματώνεται) και την στιγμή εκείνη έχει ταχύτητα $\vec{V}$.

Για τη σταθερά του ελατηρίου εφαρμόζουμε Α.Δ.Ε. για την ταλάντωση στην Π.Θ.Ι. όπου $x_1 = \dfrac{m_1 g}{k}$.

$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 + \frac{1}{2}k\frac{m_1^2 g^2}{k^2} \Rightarrow$$

$k^2A^2 - k(m_1 + m_2)V^2 - m_1^2 g^2 = 0 \Rightarrow 0{,}16k^2 - 6k - 16 = 0 \Rightarrow k^2 - 37{,}5k - 100 = 0$ η οποία έχει διακρίνουσα

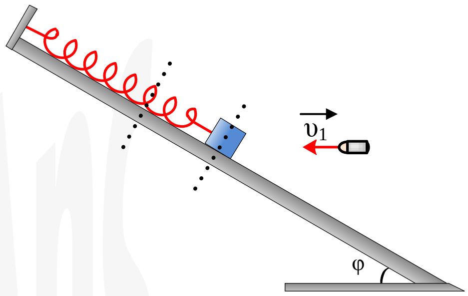
$\Delta = 1806{,}25 = 42{,}5^2$ και λύσεις $k = \dfrac{37{,}5 \pm 42{,}5}{2} \Rightarrow \mathbf{k = 40\dfrac{N}{m}}$

γ. η ταλάντωση γίνεται γύρω από τη Ν.Θ.Ι. που απέχει από το Φ.Μ. του ελατηρίου (σύμφωνα με τη (2))

$\Delta\ell_2 = \dfrac{(m_1 + m_2)g}{k} \Rightarrow \boldsymbol{\Delta\ell_2 = 0{,}5\,m}$ και το πλάτος της ταλάντωσης είναι Α = 0,4 m, οπότε η ελάχιστη παραμόρφωση του ελατηρίου είναι $\Delta\ell_{min} = \Delta\ell_2 - A \Rightarrow \Delta\ell_{min} = 0{,}1$ m.

Η ελάχιστη δύναμη του ελατηρίου έχει μέτρο: $F_{\varepsilon\lambda,min} = k\Delta\ell_{min} \Rightarrow \mathbf{F_{\varepsilon\lambda,min} = 4\ N}$

3. Πλαστική κρούση σε κεκλιμένο επίπεδο με το πάνω άκρο στην κορυφή.



Σώμα μάζας m_1 = 0,9 kg εκτοξεύεται οριζόντια ως προς το έδαφος σε κεκλιμένο επίπεδο όπου ισορροπεί σώμα μάζας m_2 = 8,1 kg δεμένο σε ελατήριο σταθεράς k = 45 N/m, η κρούση τους είναι πλαστική και το μέτρο της μεταβολή της ορμής σε άξονα κάθετο στο κεκλιμένο επίπεδο είναι $\Delta p_y = 0,9\sqrt{5}\dfrac{kg\cdot m}{s}$ Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Η γωνία του κεκλιμένου επιπέδου είναι φ = 30^o και η επιτάχυνση της βαρύτητας g = 10 m/s^2. Να βρείτε:

α. την ταχύτητα του βλήματος πριν την κρούση.

β. την απώλεια της μηχανικής ενέργειας.

γ. το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

Λύση

α. Η μεταβολή της ορμής στον άξονα y′y είναι (θεωρώ θετική την φορά προς τα πάνω)

$$\Delta\vec{p}_y = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{p}_{\alpha\rho\chi} \Rightarrow \Delta p_y = 0-(-p_{\alpha\rho\chi}) \Rightarrow \Delta p_y = m_1\upsilon_1\eta\mu 30^o \Rightarrow \upsilon_1 = \frac{\Delta p_y}{m_1\eta\mu 30^o} \Rightarrow \upsilon_1 = \frac{0,9\sqrt{5}}{0,9\cdot 0,5} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_1 = 2\sqrt{5}\frac{m}{s}}$$

β. Την στιγμή της κρούσης στην διεύθυνση της κίνησης οι εξωτερικές δυνάμεις ($\vec{w}_1$, $\vec{w}_2$, $\vec{F}_{\varepsilon\lambda}$, $\vec{N}$) είναι αμελητέες σε σχέση με τις δυνάμεις της κρούση οπότε το σύστημα θεωρείται μονωμένο και ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής (θεωρώ την φορά της ταχύτητας $\vec{\upsilon}_{1x}$ θετική).

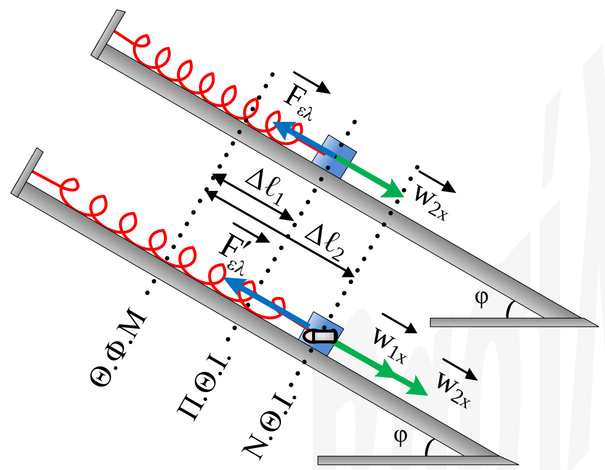
$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi,(x)} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda,(x)} \Rightarrow \vec{p}_{1,x} = \vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma} \Rightarrow m_1\upsilon_1\sigma\upsilon\nu\varphi = (m_1+m_2)V \Rightarrow V = \frac{m_1\upsilon_1\sigma\upsilon\nu\varphi}{m_1+m_2} \Rightarrow V = \frac{0,9\cdot 2\sqrt{5}\frac{\sqrt{3}}{2}}{9} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{V = 0,1\sqrt{15}\frac{m}{s}}$$

Η απώλεια της ενέργειας είναι: $E_{\alpha\pi} = K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 \Rightarrow E_{\alpha\pi} = 9-0,675 \Rightarrow$

$$\boldsymbol{E_{\alpha\pi} = 8,325\,J}$$

γ. Το σώμα m_2 ισορροπεί στη θέση όπου ισχύει: $\Sigma\vec{F}=0 \Rightarrow w_{2x}=F_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_2 g\eta\mu\varphi = k\Delta\ell_1 \Rightarrow \mathbf{\Delta\ell_1 = \dfrac{m_2 g\eta\mu\varphi}{k}}$



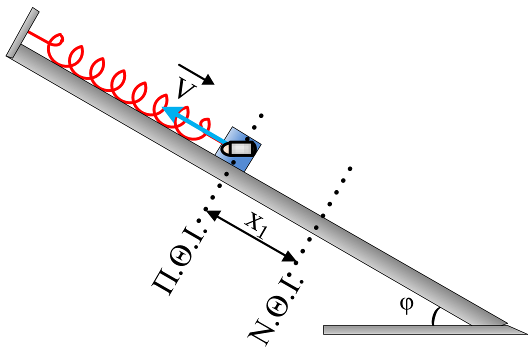
(Στο σχήμα δεν έχουν σχεδιαστεί οι κάθετες στην κίνηση δυνάμεις για χάριν απλότητας)

Το συσσωμάτωμα θα ισορροπεί σε μία νέα θέση για την οποία θα έχουμε:

$$\Sigma\vec{F}=0 \Rightarrow w_{1x}+w_{2x}=F'_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_1 g\eta\mu\varphi + m_2 g\eta\mu\varphi = k\Delta\ell_2 \Rightarrow \mathbf{\Delta\ell_2 = \frac{m_1 g\eta\mu\varphi + m_2 g\eta\mu\varphi}{k}}$$

Η ταλάντωση που θα επακολουθήσει θα γίνει γύρω από την νέα θέση ισορροπίας (Ν.Θ.Ι.).

Το συσσωμάτωμα δεν ξεκινά την ταλάντωση του από τη Ν.Θ.Ι. αλλά απέχει από αυτή:



$$x_1 = \Delta\ell_2 - \Delta\ell_1 = \frac{m_1 g\eta\mu\varphi + m_2 g\eta\mu\varphi}{k} - \frac{m_2 g\eta\mu\varphi}{k} \Rightarrow x_1 = \frac{m_1 g\eta\mu\varphi}{k}$$

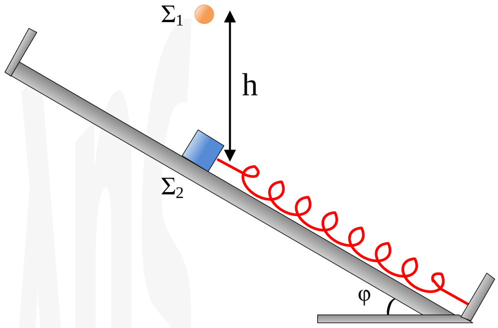
$$\Rightarrow \mathbf{x_1 = 0{,}1m}$$

Για το πλάτος της ταλάντωσης εφαρμόζουμε Α.Δ.Ε. για την ταλάντωση στην Π.Θ.Ι. όπου $x_1 = 0{,}1\,m$.

$$E = K + U \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{(m_1+m_2)V^2}{k} + x_1^2} \Rightarrow A = \sqrt{\frac{9\cdot 0{,}01\cdot 15}{45} + 0{,}01} \Rightarrow$$

A = 0,2 m

4. Σώμα σε κατακόρυφη τροχιά



Ελατήριο σταθεράς k = 100 N/m είναι δεμένο στο κάτω άκρο του και βρίσκεται πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ = 30°. Στο πάνω μέρος του ελατηρίου είναι δεμένο σώμα Σ_2 μάζας m_2 = 4 kg που ηρεμεί. Ένα άλλο σώμα Σ_1 μάζας m_1 = 1 kg αφήνεται από ύψος h = 0,75 m πάνω από το σώμα m_2 με το οποίο συγκρούεται πλαστικά και στη συνέχεια το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο.

α. Να βρείτε το πλάτος Α της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

β. Να γραφούν οι χρονικές εξισώσεις απομάκρυνσης και ταχύτητας του συσσωματώματος.

-γ. Σε πόσο χρόνο μετά την κρούση μηδενίζεται η ταχύτητα του συσσωματώματος;

δ. Ποια είναι η απώλεια μηχανικής ενέργειας λόγω της κρούσης;

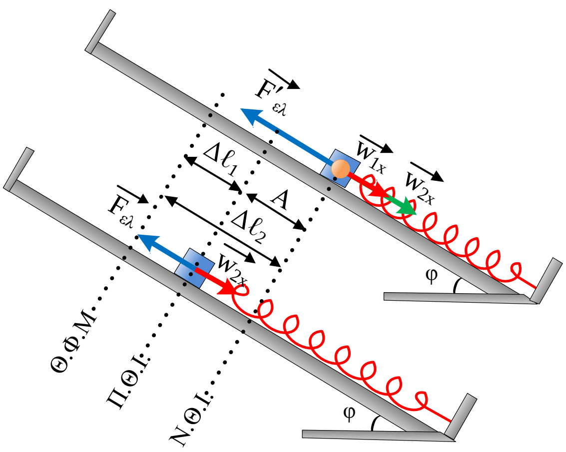
Δίνεται g = 10 m/s^2, θετική η φορά προς τα κάτω.

Λύση

α. Για να βρούμε την ταχύτητα του σώματος Σ_1 λίγο πριν την κρούση εφαρμόζω Θ.Μ.Κ.Ε. από την αρχή έως λίγο πριν την κρούση. $K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - 0 = m_1 g h \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{2gh} \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_1 = \sqrt{15}\,\frac{m}{s}}$

Η ορμή διατηρείται μόνο κατά μήκος του άξονα x′x.

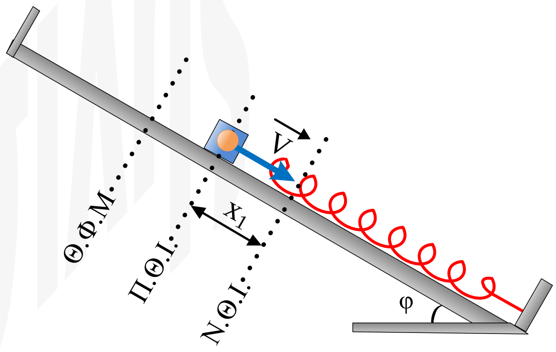
$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi,(x)} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda,(x)} \Rightarrow \vec{p}_{1,x} = \vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma} \Rightarrow m_1\upsilon_1\eta\mu\varphi = (m_1+m_2)V \Rightarrow V = \frac{m_1\upsilon_1\eta\mu\varphi}{m_1+m_2} \Rightarrow \mathbf{V = 0{,}1\sqrt{15}\,\frac{m}{s}}$$



Το σώμα m_2 ισορροπεί στη θέση όπου ισχύει: $\Sigma\vec{F}=0 \Rightarrow w_{2x}=F_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_2 g\eta\mu\varphi = k\Delta\ell_1 \Rightarrow \boldsymbol{\Delta\ell_1 = \dfrac{m_2 g\eta\mu\varphi}{k}}$

Το συσσωμάτωμα θα ισορροπεί σε μία νέα θέση για την οποία θα έχουμε:

$$\Sigma\vec{F}=0 \Rightarrow w_{1x}+w_{2x}=F'_{\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_1 g\eta\mu\varphi + m_2 g\eta\mu\varphi = k\Delta\ell_2 \Rightarrow \boldsymbol{\Delta\ell_2 = \frac{m_1 g\eta\mu\varphi + m_2 g\eta\mu\varphi}{k}}$$



Η ταλάντωση που θα επακολουθήσει θα γίνει γύρω από την νέα θέση ισορροπίας (Ν.Θ.Ι.).

Το συσσωμάτωμα δεν ξεκινά την ταλάντωση του από τη Ν.Θ.Ι. αλλά απέχει από αυτή:

$$x_1 = \Delta\ell_2 - \Delta\ell_1 = \frac{m_1 g\eta\mu\varphi + m_2 g\eta\mu\varphi}{k} - \frac{m_2 g\eta\mu\varphi}{k} \Rightarrow x_1 = \frac{m_1 g\eta\mu\varphi}{k}$$

$$\Rightarrow \mathbf{x_1 = 0,05\,m}$$

Για το πλάτος της ταλάντωσης εφαρμόζουμε Α.Δ.Ε. για την ταλάντωση στην Π.Θ.Ι. όπου $x_1 = 0{,}1\,m$.

$$E = K+U \Rightarrow \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{(m_1+m_2)V^2}{k}+x_1^2} \Rightarrow A = \sqrt{\frac{5\cdot 0,01\cdot 15}{100}+0,0025} \Rightarrow$$

Α = 0,1 m.

β. Εφόσον θετική είναι η φορά προς τα κάτω την χρονική στιγμή t = 0 έχουμε υ > 0 και x < 0. Άρα

$$\text{Για } t=0,\quad x = x_1 \Rightarrow A\eta\mu\varphi_0 = x_1 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \varphi_0 = 2k\pi - \dfrac{\pi}{6} \\ \varphi_0 = 2k\pi + \dfrac{7\pi}{6} \end{array}\right\} \xrightarrow{0\le\varphi_0<2\pi} \begin{array}{l} \varphi_0 = \dfrac{11\pi}{6}\,rad \\ \varphi_0 = \dfrac{7\pi}{6}\,rad \end{array}$$

αποδεκτή λύση είναι αυτή που για **t = 0** θα μας δώσει **υ > 0**.

$$\begin{array}{l} \upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\dfrac{11\pi}{6} > 0 \\ \upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\dfrac{7\pi}{6} < 0 \end{array} \quad \text{άρα } \boldsymbol{\varphi_0 = \frac{11\pi}{6}\,rad}$$

Η κυκλική συχνότητα είναι: $k = D = (m_1+m_2)\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\dfrac{k}{m_1+m_2}} \Rightarrow \boldsymbol{\omega = 2\sqrt{5}\,\dfrac{rad}{s}}$

και $\upsilon_{max} = \omega A \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_{max} = 0,4\sqrt{5}\,\dfrac{m}{s}}$

Οι ζητούμενες εξισώσεις είναι: $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_o) \Rightarrow \mathbf{x = 0,2\eta\mu(2\sqrt{5}t + \frac{11\pi}{6})}$ **(S.I.)** και

$x = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_o) \Rightarrow \mathbf{\upsilon = 0,4\sqrt{5}\sigma\upsilon\nu(2\sqrt{5}t + \frac{11\pi}{6})}$ **(S.I.)**

γ. Για υ = 0 έχουμε: $0 = 0,4\sqrt{5}\sigma\upsilon\nu(2\sqrt{5}t + \frac{11\pi}{6}) \Rightarrow \sigma\upsilon\nu(2\sqrt{5}t + \frac{11\pi}{6}) = 0 \Rightarrow 2\sqrt{5}t + \frac{11\pi}{6} = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow$

$12\sqrt{5}t + 11\pi = 6k\pi + 3\pi \Rightarrow t = \frac{6k\pi - 8\pi}{12\sqrt{5}} \Rightarrow t = \frac{4\pi}{12\sqrt{5}}s \Rightarrow \mathbf{t = \frac{\sqrt{5}\pi}{15}s}$

δ. Η απώλεια της ενέργειας είναι: $E_{\alpha\pi} = K_{\alpha\rho\chi} - K_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 \Rightarrow E_{\alpha\pi} = 7,5 - 0,375 \Rightarrow$

$\mathbf{E_{\alpha\pi} = 7,125\,J}$.