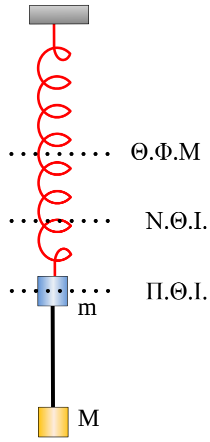
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΣΤΗΝ Α.Α.Τ. ΜΕ ΕΛΑΤΗΡΙΟ ΚΑΙ ΑΛΛΑΓΗ Θ.Ι.

Ταλάντωση μετά από κόψιμο του νήματος

1. Σώματα δεμένα με νήμα σε κατακόρυφο ελατήριο.

Τα σώματα του σχήματος έχουν μάζες m = 1 kg και M = 2 kg και συνδέονται με νήμα. Το σώμα μάζας m απέχει από το δάπεδο απόσταση H = 70 cm. Κόβουμε το νήμα οπότε το σώμα μάζας m αρχίζει να εκτελεί ταλάντωση. Την στιγμή που το ταλαντούμενο σώμα ακινητοποιείται στιγμιαία για πρώτη φορά το σώμα μάζας M έχει μετατρέψει πλήρως την βαρυτική δυναμική του ενέργεια σε κινητική. Να βρεθεί:



α. το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος μάζας m και να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του (θετική η φορά προς τα πάνω).

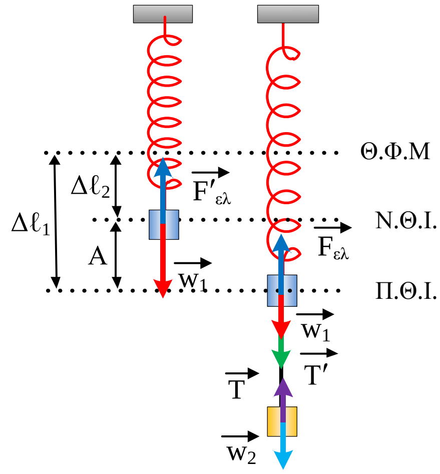
β. να γίνει η γραφική παράσταση της δύναμης του ελατηρίου σε σχέση με την απομάκρυνση από τη Θ.Ι.

γ. να υπολογίσετε το μήκος του νήματος ℓ που συνδεόταν αρχικά τα δύο σώματα.

Δίνονται $g = 10\ m/s^2$, $\pi^2 = 10$, και η σταθερά του ελατηρίου $k = 100$ N/m.

Λύση

α. Πριν κόψουμε το νήμα ισχύει στην Π.Θ.Ι.:



$$\Sigma\vec{F}_{εξωτ.} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{ελ} + \vec{w}_1 + \vec{w}_2 = 0 \Rightarrow F_{ελ} = mg + Mg \Rightarrow k\Delta\ell_1 = (m+M)g \Rightarrow$$

$$\Delta\ell_1 = \frac{mg}{k} + \frac{Mg}{k} \Rightarrow \mathbf{\Delta\ell_1 = 0{,}3\,m}$$

Η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης είναι διαφορετική έχουμε Νέα Θ.Ι.

που ισχύει: $\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{F}' + \vec{w}_1 = 0 \Rightarrow F'_{ελ} = mg \Rightarrow k\Delta\ell_2 = mg \Rightarrow$

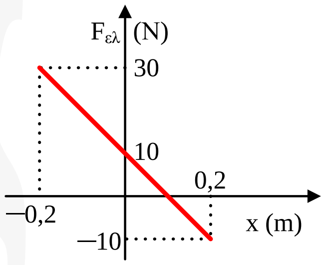
$$\Delta\ell_2 = \frac{mg}{k} \Rightarrow \mathbf{\Delta\ell_2 = 0{,}1\,m}$$

Το σώμα μάζας m αρχίζει την ταλάντωση του έχοντας μηδενική ταχύτητα, άρα η Π.Θ.Ι. αποτελεί άκρο για την ταλάντωση σου σώματος Σ_1. Σύμφωνα με τον ορισμό πλάτος είναι η μέγιστη απομάκρυνση από τη (νέα) Θ.Ι. οπότε σύμφωνα με το σχήμα $A = \Delta\ell_1 - \Delta\ell_2 \Rightarrow \mathbf{A = 0{,}2\,m}$.

Για την εξίσωση της απομάκρυνσης έχουμε: $D = m\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \omega = 10\ \frac{rad}{s}$ και αρχική φάση

Για t = 0 έχουμε $x = -A \Rightarrow A\eta\mu\varphi_0 = -A \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = -1 \Rightarrow \varphi_0 = 2\kappa\pi + \frac{3\pi}{2} \xrightarrow{0 \le \varphi_0 < 2\pi} \boldsymbol{\varphi_0 = \frac{3\pi}{2}\,\mathbf{rad}}$

Άρα $x = A\eta\mu\varphi_0 \Rightarrow \mathbf{x = 0,2\eta\mu(10t + \frac{3\pi}{2})\ \ (S.I.)}$

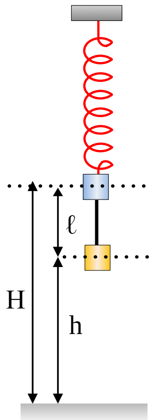


β. Για το ταλαντούμενο σώμα ισχύει:

$\Sigma F = -Dx \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} - w_1 = -kx \Rightarrow \mathbf{F_{\varepsilon\lambda} = 10 - 100x\ \ (S.I.)}$, $-0,2\text{m} \le x \le 0,2$ m

Οπότε η ζητούμενη γραφική παράσταση φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

γ. Μετά το κόψιμο του νήματος το σώμα μάζας M κάνει ελεύθερη πτώση.

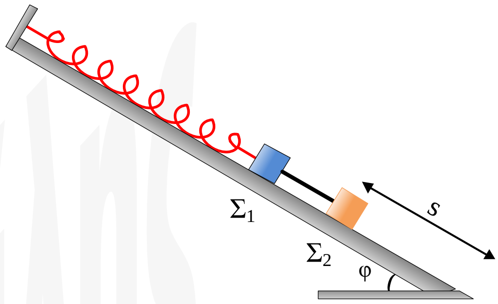


Σύμφωνα με την εκφώνηση την στιγμή που ακινητοποιείται το σώμα μάζας m (στο άλλο άκρο άρα Δt = T/2) το σώμα μάζας M έχει μετατρέψει πλήρως την δυναμική του ενέργεια σε κινητική δηλαδή έχει φτάσει στο έδαφος άρα:

$$h = \frac{1}{2}g\Delta t^2 = \frac{1}{2}g\left(\frac{T}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}g\left(\frac{2\pi}{2\omega}\right)^2 = \frac{1}{2}\cdot 10\cdot\frac{\pi^2}{100} \Rightarrow \mathbf{h = 0,5\,m}$$

Άρα το μήκος του νήματος είναι: $H = \ell + h \Rightarrow \ell = H - h \Rightarrow \boldsymbol{\ell = 0,2}$ **m**

2. Σώματα δεμένα με νήμα σε κεκλιμένο επίπεδο.



Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε δύο σώματα τα Σ_1 και Σ_2 με μάζες $m_1 = 1$ kg και m_2. Η τάση του νήματος που συγκρατεί τα δύο σώματα έχει μέτρο T = 2,5 N και το σώμα Σ_2 απέχει από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου απόσταση $s = \frac{\pi^2}{160}\,m$. Κάποια στιγμή $t_0 = 0$, κόβουμε το νήμα και το Σ_1 εκτελεί ταλάντωση ενώ το Σ_2 αρχίζει την κάθοδο προς την βάση του κεκλιμένου επιπέδου στην οποία φτάνει τη στιγμή που το Σ_1 έχει αποκτήσει την μέγιστη του ταχύτητα για πρώτη φορά. Να βρείτε

α. την κινητική ενέργεια με την οποία φτάνει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου το σώμα Σ_2

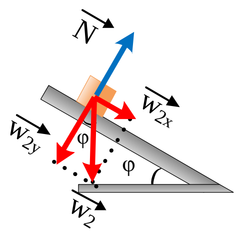
β. την ενέργεια της ταλάντωσης του Σ_1

γ. την εξίσωση της παραμόρφωσης του ελατηρίου σε συνάρτηση με το χρόνο την οποία και να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες.

Δίνονται $g = 10\ m/s^2$, $\pi^2 = 10$, $\varphi = 30^o$, θετική η φορά προς τα κάτω.

Λύση

α. Η επιτάχυνση του Σ_2 είναι:



$$\Sigma F_x = m_2\alpha \Rightarrow w_{2x} = m_2\alpha \Rightarrow m_2 g\eta\mu\varphi = m_2\alpha \Rightarrow \alpha = g\eta\mu\varphi \Rightarrow \boldsymbol{\alpha = 5\frac{m}{s^2}}$$

και $s = \frac{1}{2}\alpha t_1^2 \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2s}{\alpha}} \Rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2\cdot\pi^2}{5\cdot 160}} \Rightarrow \boldsymbol{t_1 = \frac{\pi}{20}s}$ άρα $\upsilon_2 = \alpha t_1 \Rightarrow \boldsymbol{\upsilon_2 = \frac{\pi}{4}\frac{m}{s}}$

Πριν κοπεί το νήμα ισχύει:

$$\Sigma\vec{F}_x = 0 \Rightarrow T = w_{2x} \Rightarrow T = m_2 g\eta\mu\varphi \Rightarrow m_2 = \frac{T}{g\eta\mu\varphi} \Rightarrow m_2 = \frac{2,5}{10\cdot 0,5} \Rightarrow \boldsymbol{m_2 = 0,5kg}$$

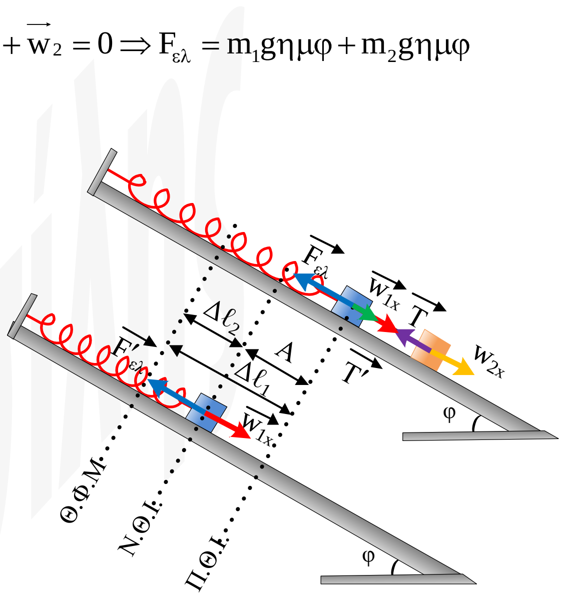
$$K_2 = \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2 = \frac{1}{2}\cdot 0,5\frac{\pi^2}{16} \Rightarrow \boldsymbol{K_2 = \frac{5}{32}J}$$

β. Η χρονική στιγμή t_1 είναι ίση με T/4 αφού εκείνη τη στιγμή το ταλαντούμενο σώμα φτάνει στη Θ.Ι.

$$t_1 = \frac{T}{4} \Rightarrow \frac{\pi}{20} = \frac{T}{4} \Rightarrow \mathbf{T = \frac{\pi}{5}\,s} \quad \text{και} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \mathbf{\omega = 10\,\frac{rad}{s}} \quad \text{οπότε} \quad k = D = m_1\omega^2 \Rightarrow \mathbf{k = 100\ N/m}$$

Πριν κόψουμε το νήμα ισχύει στην Π.Θ.Ι.: $\Sigma\vec{F}_{εξωτ.} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{ελ} + \vec{w}_1 + \vec{w}_2 = 0 \Rightarrow F_{ελ} = m_1 g ημφ + m_2 g ημφ$

$$\Rightarrow k\Delta\ell_1 = (m_1 + m_2) g ημφ \Rightarrow \Delta\ell_1 = \frac{(m_1 + m_2) g ημφ}{k} \Rightarrow \mathbf{\Delta\ell_1 = 0{,}075\,m}$$



Η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης είναι διαφορετική έχουμε Νέα Θ.Ι. που ισχύει: $\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{F}' + \vec{w}_{1x} = 0 \Rightarrow F'_{ελ} = m_1 g ημφ$

$$\Rightarrow k\Delta\ell_2 = m_1 g ημφ \Rightarrow \Delta\ell_2 = \frac{m_1 g ημφ}{k} \Rightarrow \mathbf{\Delta\ell_2 = 0{,}05\,m}$$

Το σώμα μάζας m_1 αρχίζει την ταλάντωση του έχοντας μηδενική ταχύτητα, άρα η Π.Θ.Ι. αποτελεί άκρο για την ταλάντωση σου σώματος $Σ_1$. Σύμφωνα με τον ορισμό πλάτος είναι η μέγιστη απομάκρυνση από τη (νέα) Θ.Ι. οπότε σύμφωνα με το σχήμα $A = \Delta\ell_1 - \Delta\ell_2 \Rightarrow \mathbf{A = 0{,}025\,m}$.

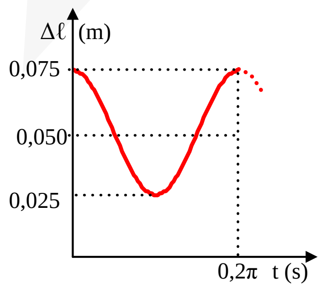
Έτσι: $E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 625 \cdot 10^{-6} \Rightarrow \mathbf{E = 312{,}5 \cdot 10^{-4}\ J}$

γ. Η εξίσωση της απομάκρυνση είναι: $x = Aημ(\omega t + φ_0)$ με $φ_0 = \pi/2$ rad (αφού για $t_0 = 0$ έχουμε $x = A$),

Άρα $\mathbf{x = 0{,}025ημ(10t + \frac{\pi}{2})}$ **(S.I.)**

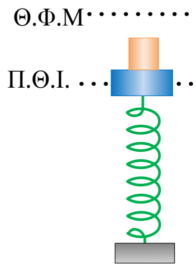
Το μήκος του ελατηρίου είναι κάθε στιγμή $\Delta\ell = \Delta\ell_2 + x \Rightarrow \mathbf{\Delta\ell = 0{,}05 + 0{,}025ημ(10t + \frac{\pi}{2})}$ (S.I.)

Η γραφική παράσταση φαίνεται παρακάτω.



Ταλάντωση μετά τοποθέτηση σώματος πάνω σε άλλο που ισορροπεί σε ελατήριο.

3. Τοποθέτηση σώματος σε κατακόρυφο ελατήριο



Σώμα $Σ_1$ μάζας m_1 ισορροπεί στο πάνω άκρο κατακόρυφο ελατηρίου του οποίου το κάτω άκρο βρίσκεται στερεωμένο στο πάτωμα. Κάποια στιγμή πάνω στο $Σ_1$ τοποθετούμε το $Σ_2$ μάζας m_2 χωρίς ταχύτητα, οπότε το σύστημα μας αρχίζει να εκτελεί ταλάντωση με μέγιστη κινητική ενέργεια K_{max} = 2,25 J. Για χρονικό διάστημα $\Delta t = \frac{\pi}{5}s$, το σύστημα των σωμάτων χάνει συνεχώς βαρυτική δυναμική ενέργεια και η απόσταση που διανύεται μέχρι να αρχίσει πάλι να αυξάνεται η βαρυτική δυναμική ενέργεια είναι H = 0,6 m. Να βρείτε:

α. το πλάτος της ταλάντωσης

β. τη σταθερά του ελατηρίου

γ. τις μάζες των σωμάτων m_1, m_2

δ. το λόγο της μέγιστης δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης προς τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.

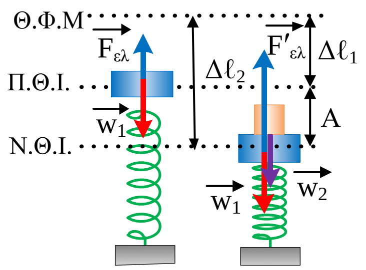
ε. να γίνει η γραφική παράσταση της δύναμης επαφής που δέχεται το σώμα $Σ_2$ από το $Σ_1$ σε σχέση με το χρόνο, θεωρώντας ως $t_0 = 0$ τη στιγμή της έναρξης της ταλάντωσης και θετική την φορά προς τα πάνω.

Δίνεται $g = 10\ m/s^2$

Λύση

α. Το σύστημα ξεκινά την ταλάντωση από άκρο (υ = 0) και σταματά στο άλλο άκρο (αφού μετά την αλλαγή στην φορά της ταχύτητας η βαρυτική δυναμική ενέργεια θα αρχίσει να αυξάνεται) άρα $H = 2A \Rightarrow A = 0,3\ m$

β. Ισχύει: $K_{max} = U_{max} \Rightarrow K_{max} = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow k = \frac{2K_{max}}{A^2} \Rightarrow k = 50\frac{N}{m}$



γ. Στην αρχική ισορροπία (Π.Θ.Ι.):

$$\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{ελ} + \vec{w}_1 = 0 \Rightarrow F_{ελ} = w_1 \Rightarrow k\Delta\ell_1 = m_1 g \Rightarrow \Delta\ell_1 = \frac{m_1 g}{k}$$

Μόλις τοποθετήσουμε το $Σ_2$ πάνω στο $Σ_1$ τότε αλλάζει η Θ.Ι. και ισχύει:

$$\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi\omega\tau.}=0\Rightarrow\vec{F}'_{\varepsilon\lambda}+\vec{w}_1+\vec{w}_2=0\Rightarrow F'_{\varepsilon\lambda}=m_1g+m_2g\Rightarrow k\Delta\ell_2=(m_1+m_2)g\Rightarrow$$

$$\Delta\ell_2=\frac{(m_1+m_2)g}{k}$$

Το σύστημα αρχίζει την ταλάντωση του έχοντας μηδενική ταχύτητα, άρα η Π.Θ.Ι. αποτελεί άκρο για την ταλάντωση σου συστήματος Σ_1, Σ_2. Σύμφωνα με τον ορισμό πλάτος είναι η μέγιστη απομάκρυνση από τη (νέα) Θ.Ι. οπότε σύμφωνα με το σχήμα

$$A=\Delta\ell_2-\Delta\ell_1=\frac{m_1g}{k}+\frac{m_2g}{k}-\frac{m_1g}{k}\Rightarrow A=\frac{m_2g}{k}\Rightarrow m_2=\frac{kA}{g}\Rightarrow m_2=\frac{50\cdot 0,3}{10}\Rightarrow \mathbf{m_2=1,5kg}$$

επίσης ο χρόνος που χρειάζεται για να διανυθεί η απόσταση άκρο – άκρο είναι $\Delta t=\frac{T}{2}\Rightarrow\frac{\pi}{5}=\frac{T}{2}\Rightarrow \mathbf{T=\frac{2\pi}{5}s}$

οπότε $\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow \boldsymbol{\omega=5\,\frac{rad}{s}}$ και τελικά $k=D=(m_1+m_2)\omega^2\Rightarrow m_1=\frac{k}{\omega^2}-m_2\Rightarrow \mathbf{m_1=0,5kg}$.

δ. Έχουμε βρει παραπάνω ότι $\Delta\ell_2=\frac{(m_1+m_2)g}{k}\Rightarrow \boldsymbol{\Delta\ell_2=0,4\,m}$

Αλλά η μέγιστη παραμόρφωση του ελατηρίου είναι: $\Delta\ell_{max}=\Delta\ell_2+A\Rightarrow \boldsymbol{\Delta\ell_{max}=0,7\,m}$ και

$$U^{\varepsilon\lambda}_{max}=\frac{1}{2}k\Delta\ell^2_{max}=\frac{1}{2}50\cdot 0,49\Rightarrow \mathbf{U^{\varepsilon\lambda}_{max}=12,25\,J}$$

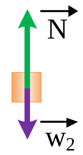
Για την δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης ισχύει $U_{max}=K_{max}=2,25J$ οπότε ο ζητούμενος λόγος

$$\frac{U_{max}}{U^{\varepsilon\lambda}_{max}}=\frac{2,25}{12,25}=\frac{9}{49}$$

ε. Η ταλάντωση ξεκινά από το θετικό άκρο άρα έχουμε αρχική φάση

Για t = 0 έχουμε $x=-A\Rightarrow A\eta\mu\varphi_0=A\Rightarrow\eta\mu\varphi_0=1\Rightarrow\varphi_0=2\kappa\pi+\frac{\pi}{2}\xrightarrow{0\le\varphi_0<2\pi}\boldsymbol{\varphi_0=\frac{\pi}{2}rad}$

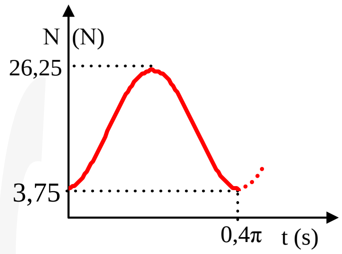
Η εξίσωση της απομάκρυνση είναι: $x=A\eta\mu(\omega t+\varphi_0)\Rightarrow \mathbf{x=0,3\eta\mu(5t+\frac{\pi}{2})\ (S.I.)}$



Σε μία τυχαία θέση για το σώμα m_2 ισχύει:

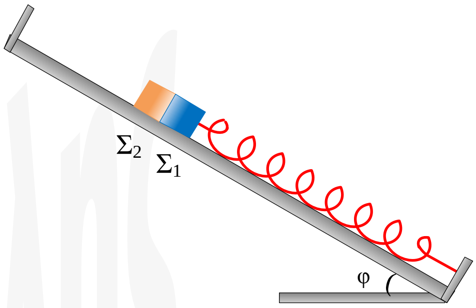
$$\Sigma F=m_2\alpha\Rightarrow N-m_2g=m_2(-\omega^2x)\Rightarrow N-15=-11,25\eta\mu(5t+\frac{\pi}{2})\Rightarrow \mathbf{N=15-11,25\eta\mu(5t+\frac{\pi}{2})\ (S.I.)}$$

Η γραφική παράσταση φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



(Όπως βλέπουμε εδώ η γραφική παράσταση είναι ημιτονοειδής αλλά έχει αυτή τη μορφή γίνεται γύρω από την τιμή 15 και όχι γύρω από το μηδέν. Επίσης ίσως σας παραξενεύσει λίγο η καμπύλη που είναι στην ουσία της μορφής (–συνx) αλλά αν θυμηθούμε την ταυτότητα ημ(θ + π/2) = συνθ τότε θα δούμε ότι καταλήγουμε στη σχέση $N = 15 - 11{,}25ημ(5t + \frac{π}{2}) = 15 - 11{,}25συν5t$ οπότε όντως είναι της μορφής (–συνx).

4. Τοποθέτηση σώματος σε κεκλιμένο επίπεδο.



Στο διπλανό σχήμα το σώμα $Σ_1$ μάζας m_1 ισορροπεί στο λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $φ = 30^o$. Δίπλα στο σώμα $Σ_1$ τοποθετούμε το σώμα $Σ_2$ μάζας m_2, με αποτέλεσμα να αρχίσουν να ταλαντώνονται με ενέργεια $E = 125 \cdot 10^{-3}$ J. Το σύστημα από την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ και μετά διανύει απόσταση d = 0,1 m μέχρι να σταματήσει την χρονική στιγμή $t_1 = \frac{\pi}{5}\,\text{s}$. Να βρείτε:

α. το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής τη στιγμή t_1.

β. την μέγιστη ορμή του σώματος $Σ_2$

γ. την μέγιστη δύναμη του ελατηρίου.

Δίνεται $g = 10\ \text{m/s}^2$

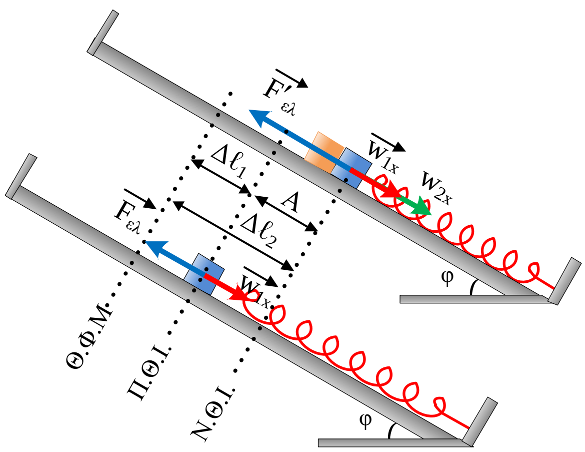
Λύση

α. Το σύστημα ξεκινά να ταλαντώνεται έχοντας μηδενική ταχύτητα, συνεπώς η Θ.Ι. του $Σ_1$ είναι και το ένα άκρο της ταλάντωσης. Η ταχύτητα του ταλαντούμενου συστήματος μηδενίζεται στα άκρα, άρα για την απόσταση d (άκρο – άκρο) έχουμε $d = 2A \Rightarrow A = 0{,}05$ m.

Η ενέργεια της ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση $E = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow k = \frac{2E}{A^2} = \frac{2 \cdot 125 \cdot 10^{-3}}{25 \cdot 10^{-4}} \Rightarrow \mathbf{k = 100\,\frac{N}{m}}$

Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής είναι: $\left|\frac{dp}{dt}\right| = |\Sigma F| = |-Dx| = kA \Rightarrow \mathbf{\left|\frac{dp}{dt}\right| = 5\,\frac{kg \cdot m}{s^2}}$

β. Για να βρούμε τη μέγιστη τιμή της ορμής σου $Σ_2$ χρειαζόμαστε τη μάζα του και την μέγιστη ταχύτητα της ταλάντωσης.



Το χρονικό διάστημα $\Delta t = t_1 - t_0$ είναι ίσο με την ημιπερίοδο της ταλάντωσης $\Delta t = \frac{T}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{5} = \frac{T}{2} \Rightarrow \mathbf{T = \frac{2\pi}{5}\,s}$.

Για την αρχική μας ισορροπία ισχύει (Π.Θ.Ι.):

$$\Sigma\vec{F}=0\Rightarrow \vec{F}_{\varepsilon\lambda}+\vec{w}_{1x}=0\Rightarrow F_{\varepsilon\lambda}=w_{1x}\Rightarrow k\Delta\ell_1=m_1 g\eta\mu\varphi\Rightarrow \Delta\ell_1=\frac{m_1 g\eta\mu\varphi}{k}$$

Μόλις τοποθετήσουμε το Σ_2 πάνω στο Σ_1 τότε αλλάζει η Θ.Ι. και ισχύει:

$$\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi\omega\tau.}=0\Rightarrow \vec{F'}_{\varepsilon\lambda}+\vec{w}_{1x}+\vec{w}_{2x}=0\Rightarrow F'_{\varepsilon\lambda}=m_1 g\eta\mu\varphi+m_2 g\eta\mu\varphi\Rightarrow k\Delta\ell_2=(m_1+m_2)g\eta\mu\varphi\Rightarrow$$

$$\Delta\ell_2=\frac{(m_1+m_2)g\eta\mu\varphi}{k}\quad(1)$$

Το σύστημα αρχίζει την ταλάντωση του έχοντας μηδενική ταχύτητα, άρα η Π.Θ.Ι. αποτελεί άκρο για την ταλάντωση σου συστήματος Σ_1, Σ_2. Σύμφωνα με τον ορισμό πλάτος είναι η μέγιστη απομάκρυνση από τη (νέα) Θ.Ι. οπότε σύμφωνα με το σχήμα

$$A=\Delta\ell_2-\Delta\ell_1=\frac{m_1 g\eta\mu\varphi}{k}+\frac{m_2 g\eta\mu\varphi}{k}-\frac{m_1 g\eta\mu\varphi}{k}\Rightarrow A=\frac{m_2 g\eta\mu\varphi}{k}\Rightarrow m_2=\frac{kA}{g\eta\mu\varphi}\Rightarrow m_2=\frac{100\cdot 0{,}05}{10\cdot 0{,}5}\Rightarrow \mathbf{m_2=1kg}$$

Επίσης ισχύει: $\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow \boldsymbol{\omega=5\frac{rad}{s}}$ και τελικά

$$p_{2,max}=m_2\upsilon_{max}=m_2\omega A\Rightarrow \mathbf{p_{2,max}=0{,}25\frac{kg\cdot m}{s}}$$

γ. Ισχύει: $k=D=(m_1+m_2)\omega^2\Rightarrow m_1=\frac{k}{\omega^2}-m_2\Rightarrow \mathbf{m_1=3kg}$

Επίσης από την (1) $\Rightarrow \Delta\ell_2=\frac{(m_1+m_2)g\eta\mu\varphi}{k}\Rightarrow \boldsymbol{\Delta\ell_2=0{,}2\,m}$

Η μέγιστη δύναμη του ελατηρίου είναι:

$$F_{\varepsilon\lambda,max}=k\Delta\ell_{max}=k(A+\Delta\ell_2)\Rightarrow F_{\varepsilon\lambda,max}=100(0{,}05+0{,}2)\Rightarrow \mathbf{F_{\varepsilon\lambda,max}=25N}$$