

**Διαγώνισμα στη φυσική θετικού προσανατολισμού**  
**Ύλη: μηχανικές ταλαντώσεις**  
**Διάρκεια 3 ώρες**

**ΘΕΜΑ Α**

Στις προτάσεις **A1** έως **A8** να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη φράση, η οποία τη συμπληρώνει σωστά.

**A.1.** Σώμα μάζας  $m$  είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζοντίου ελατηρίου σταθεράς  $k$  και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση σε λείο οριζόντιο επίπεδο με περίοδο  $T$  και πλάτος  $A$ . Αντικαθιστούμε το σώμα μάζας  $m$  με άλλο σώμα τετραπλάσιας μάζας και το αναγκάζουμε και πάλι να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους  $A$ . Τότε:

- α.** η περίοδος της ταλάντωσης τετραπλασιάζεται
- β.** η ολική ενέργεια της ταλάντωσης διπλασιάζεται.
- γ.** η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης υποδιπλασιάζεται
- δ.** η σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης τετραπλασιάζεται

**A.2.** Όταν η επιτάχυνση που έχει ένα σώμα που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση είναι θετική και το μέτρο της μειώνεται, τότε η ταχύτητα του σώματος είναι:

- α.** θετική και το μέτρο της αυξάνεται
- β.** θετική και το μέτρο της μειώνεται
- γ.** αρνητική και το μέτρο της αυξάνεται
- δ.** αρνητική και το μέτρο της μειώνεται

**A.3.** Ένας ταλαντωτής εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση. Η δύναμη που αντιστέκεται στην κίνηση έχει τη μορφή:  $F = -bv$ . Τι από τα παρακάτω ισχύει;

- α.** Όσο πιο μεγάλη είναι η σταθερά απόσβεσης τόσο πιο αργός είναι ο ρυθμός μείωσης του πλάτους.
- β.** Όσο αυξάνεται η σταθερά απόσβεσης, τόσο αυξάνεται και η περίοδος της ταλάντωσης.
- γ.** Η ενέργεια της ταλάντωσης μειώνεται γραμμικά με το χρόνο.
- δ.** Ο λόγος δύο διαδοχικών μέγιστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση μειώνεται συνεχώς.

**A.4.** Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα του διεγέρτη είναι μεγαλύτερη από την ιδιοσυχνότητα της ταλάντωσης. Εάν αυξάνουμε διαρκώς τη συχνότητα του διεγέρτη, το πλάτος της ταλάντωσης :

- α.** Θα αυξάνεται διαρκώς.
- β.** Θα ελαττώνεται διαρκώς.
- γ.** Δεν θα μεταβάλλεται.
- δ.** Αρχικά θα αυξάνεται, μέχρι να λάβει μια μέγιστη τιμή, και στη συνέχεια θα ελαττώνεται διαρκώς.

**A.5.** Σώμα εκτελεί ταυτόχρονα, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις ίδιου πλάτους  $A$ , ίδιας διεύθυνσης και μηδενικής αρχικής φάσης. Οι δύο ταλαντώσεις έχουν συχνότητες  $f_1$  και  $f_2$ , οι οποίες διαφέρουν λίγο μεταξύ τους. Η συνισταμένη ταλάντωση του σώματος:

- α.** Είναι απλή αρμονική.
- β.** Έχει πλάτος που παίρνει τιμές από  $A$  έως  $2A$ .
- γ.** Έχει συχνότητα ίση με το άθροισμα  $\frac{f_1 + f_2}{2}$ .
- δ.** Έχει συχνότητα ίση με  $|f_1 - f_2|$ .

**A.6.** Σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο απλές αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας συχνότητας, οι οποίες εξελίσσονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Το πλάτος της συνισταμένης ταλάντωσης εξαρτάται:

- α.** Από τη μάζα του σώματος που ταλαντώνεται.
- β.** Μόνο από τα πλάτη των επιμέρους απλών αρμονικών ταλαντώσεων.

- γ. Μόνο από τη διαφορά φάσης που παρουσιάζουν οι δύο επιμέρους απλές αρμονικές ταλαντώσεις.  
 δ. Από τα πλάτη και από τη διαφορά φάσης μεταξύ των επιμέρους απλών αρμονικών ταλαντώσεων.

**A.7.** Ένα σώμα εκτελεί ταλάντωση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων που γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, στην ίδια διεύθυνση, με το ίδιο πλάτος  $A$  και συχνότητες που διαφέρουν λίγο ( $f_1 < f_2$ ), ώστε να δημιουργείται διακρότημα. Τότε:

- α. το πλάτος έχει μία σταθερή τιμή ανάλογη του ηλίκου  $\frac{f_1 + f_2}{2}$ .  
 β. η κίνηση που εκτελεί το σώμα είναι απλή αρμονική ταλάντωση.  
 γ. δεν ισχύει για την κίνηση η αρχή της επαλληλίας των κινήσεων.  
 δ. το πλάτος της ταλάντωσης κυμαίνεται μεταξύ των τιμών 0 και  $2A$ .

**A.8.** Σε μια φθίνουσα ταλάντωση κατά τη διάρκεια της οποίας το πλάτος ελαττώνεται εκθετικά σε συνάρτηση με τον χρόνο:

- α. Η σταθερά απόσβεσης εξαρτάται από το σχήμα και το μέγεθος του ταλαντούμενου σώματος.  
 β. Η συχνότητα της ταλάντωσης αυξάνεται εκθετικά με τον χρόνο.  
 γ. Η ενέργεια της ταλάντωσης μειώνεται γραμμικά με το χρόνο.  
 δ. Η περίοδος της ταλάντωσης εξαρτάται από το πλάτος.

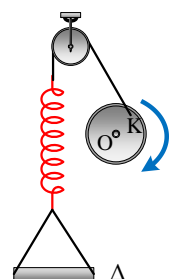
**A.9.** Στις παρακάτω προτάσεις να γράψετε στο τετράδιό σας την λέξη Σωστό αν η πρόταση είναι σωστή και Λάθος αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- α. Όταν ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο ταλαντώσεις οι οποίες γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, πάνω στην ίδια διεύθυνση και έχουν παραπλήσιες συχνότητες η συχνότητα με την οποία ταλαντώνεται το σώμα, είναι ίση με το άθροισμα των συχνοτήτων αυτών.  
 β. Η περίοδος φθίνουσας μηχανικής ταλάντωσης, είναι σταθερή και δεν εξαρτάται από τη σταθερά απόσβεσης  $b$ .  
 γ. Το φαινόμενο της παλίρροιας είναι ένα φαινόμενο εξαναγκασμένης ταλάντωσης.  
 Στο φαινόμενο της παλίρροιας στον κόλπο του Fundy στον Καναδά, η βαρυτική έλξη της Σελήνης εξαναγκάζει τη μάζα του νερού στην επιφάνεια της Γης σε ταλάντωση  
 δ. Στις φθίνουσες ταλαντώσεις το ποσοστό επί της ενέργειας που μετατρέπεται σε θερμότητα σε κάθε περίοδο είναι το ίδιο.  
 ε. Η διαφορά φάσης μεταξύ δύναμης επαναφοράς και ταχύτητας σε μια απλή αρμονική ταλάντωση είναι ίση με  $\frac{\pi}{2}$  rad, με την ταχύτητα να υστερεί.

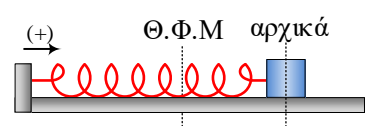
**ΘΕΜΑ Β**

**B1.** Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε τη διάταξη επίτευξης εξαναγκασμένων ταλαντώσεων. Το ελατήριο έχει σταθερά  $k = 200 \text{ N/m}$  ενώ η μάζα του δίσκου  $\Delta$  είναι  $M = 1,2 \text{ kg}$ . Στο δίσκο εκτός της δύναμης επαναφοράς δρα μία δύναμη αντίστασης της μορφής  $F_{αντ} = -bv$  και από το διεγέρτη  $F_{\delta} = F_{\max}\sin 10t$  (S.I.). Διαθέτουμε βαράκια μάζας  $m_1 = 0,8 \text{ kg}$  (βαράκι Α),  $m_2 = 1,2 \text{ kg}$  (βαράκι Β) και  $m_3 = 2 \text{ kg}$  (βαράκι Γ). Ποιο βαράκι θα πρέπει να τοποθετήσουμε πάνω στο δίσκο ώστε το ταλαντούμενο σύστημα να απορροφά ενέργεια με βέλτιστο τρόπο.

- α. το βαράκι Α                      β. το βαράκι Β                      γ. το βαράκι Γ  
 Να επιλέξετε την σωστή  
 Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



**B2.** Στο οριζόντιο ελατήριο του σχήματος (σταθεράς  $k = 100 \text{ N/m}$ ), έχουμε δέσει στο ελεύθερο άκρο του σώμα  $\Sigma$  μάζας  $m = 2 \text{ kg}$ . Απομακρύνουμε το σώμα κατά  $A = 0,3 \text{ m}$  από τη Θ.Ι. και την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  το αφήνουμε ελεύθερο να εκτελέσει ταλάντωση. Στο σώμα εκτός της δύναμης επαναφοράς δρα και



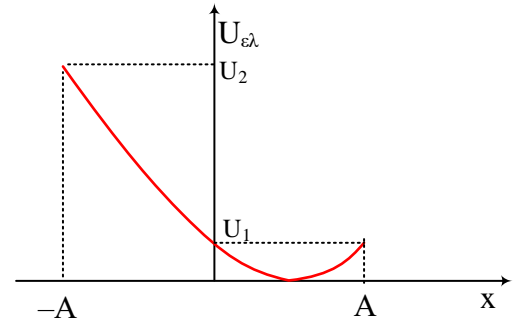
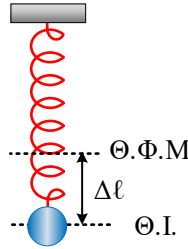
δύναμη αντίστασης της μορφής  $F_{αντ} = -bv$ . Κάποια μεταγενέστερη στιγμή  $t_1$  το σώμα περνά από την θέση  $x = 0$  έχοντας ταχύτητα  $v = 1,5 \text{ m/s}$ . Η απώλεια της ενέργειας της ταλάντωσης του σώματος  $\Sigma$  είναι:

- α.** 4,5 J                      **β.** 2,25 J                      **γ.** 6,75 J

Να επιλέξετε την σωστή

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**B3.** Ένα σώμα  $\Sigma$  μάζας  $m$  είναι δεμένο στο κάτω άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k$ . Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι δεμένο ακλόνητα στο ταβάνι όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Όταν το σώμα βρίσκεται στη  $\Theta$ .Ι. το ελατήριο έχει παραμόρφωση  $\Delta\ell$ . Θέτουμε το σώμα σε ταλάντωση πλάτους  $A$ . Στο διάγραμμα της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου για τις ενέργειες  $U_2$



και  $U_1$  ισχύει ότι  $\frac{U_2}{U_1} = 9$ . Το πλάτος της ταλάντωσης συνδέεται

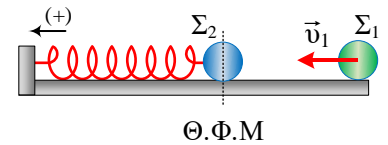
με την παραμόρφωση  $\Delta\ell$  του ελατηρίου μέσω της σχέσης:

- α.**  $A = \Delta\ell$                       **β.**  $A = 2\Delta\ell$                       **γ.**  $A = 3\Delta\ell$

Να επιλέξετε την σωστή

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**B4.** Το σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1$  συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2$ , που είναι δεμένο στο άκρο οριζοντίου ελατηρίου σταθεράς  $k$ . Μετά την κρούση τα δύο σώματα φτάνουν ταυτόχρονα στα άκρα της ταλάντωσης



που εκτελεί το  $\Sigma_2$ . Ο λόγος των μαζών  $\frac{m_1}{m_2}$  είναι:

- α.**  $\pi/(\pi+4)$ ,                      **β.**  $\pi/(4-\pi)$                       **γ.** 1/3

Να επιλέξετε την σωστή

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**B5.** Ιδανικό ελατήριο είναι στερεωμένο κατακόρυφα σε οριζόντιο δάπεδο. Τη στιγμή  $t_0 = 0$  αφήνουμε στην πάνω άκρη του ελατηρίου σώμα μάζας  $m$  και το σύστημα εκτελεί αμείωτη αρμονική ταλάντωση. Αφού ολοκληρωθούν δυο πλήρεις ταλαντώσεις αφήνουμε δεύτερο σώμα μάζας  $3m$ , πάνω από το σώμα μάζας  $m$ , και το συσσωμάτωμα εκτελεί νέα αμείωτη αρμονική ταλάντωση. Αν  $\alpha_{1(\max)}$  και  $\alpha_{2(\max)}$  τα πλάτη των επιταχύνσεων

των σωμάτων κατά την ταλάντωσή τους τότε ο λόγος  $\frac{\alpha_{1(\max)}}{\alpha_{2(\max)}}$  ισούται με:

- α.** 1                      **β.** 2                      **γ.** 4

**B.6** Ένα σώμα εκτελεί μία κίνηση που μπορεί να θεωρηθεί ότι προέρχεται από δύο απλές ταλαντώσεις τις μορφής  $x_1 = 8\eta\mu 10t$  και  $x_2 = 6\eta\mu(10t + \pi)$   $x_1, x_2$  σε cm,  $t$  σε s. Κάποια χρονική στιγμή η απομάκρυνση λόγω της πρώτης ταλάντωσης είναι  $x_1 = 3 \text{ cm}$ , η απομάκρυνση εξαιτίας της δεύτερης ταλάντωσης είναι:

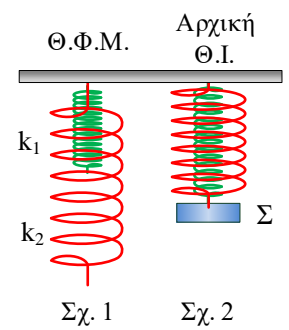
- α.**  $x_2 = -6 \text{ cm}$                       **β.**  $x_2 = -2,25 \text{ cm}$                       **γ.**  $x_2 = 2 \text{ cm}$

Να επιλέξετε την σωστή

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

### ΘΕΜΑ Γ

Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε δύο ελατήρια (το ένα μέσα στο άλλο), όπου το εξωτερικό έχει σταθερά  $k_1 = 100 \text{ N/m}$  και το εσωτερικό  $k_2 = 400 \text{ N/m}$ . Δένουμε σώμα  $\Sigma$  μάζας  $m = 1 \text{ kg}$  σε τέτοια θέση ώστε το ελατήριο σταθεράς  $k_1$  να έχει παραμόρφωση  $\Delta \ell = 0,1 \text{ m}$  και όταν αφήσουμε το σώμα  $\Sigma$  να ισορροπεί. Την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , κόβουμε την σύνδεση του ελατηρίου σταθεράς  $k_2$  με το σώμα  $\Sigma$ , οπότε αυτό αρχίζει να ταλαντώνεται. Την χρονική στιγμή  $t_1 = \frac{\pi}{15} \text{ s}$ , ασκείται στο σώμα  $\Sigma$  σταθερή δύ-



ναμη  $\vec{F}$  μέτρου  $15 \text{ N}$  και φορά προς τα κάτω. Η δράση της δύναμης  $\vec{F}$  διαρκεί μέχρι τη στιγμή που το σώμα περνά για πρώτη φορά από την θέση ισορροπίας της αρχικής ταλάντωσης.

**α.** Να βρείτε πόσο απέχουν τα φυσικά μήκη των ελατηρίων σταθεράς  $k_1, k_2$

**β.** Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος από την Θ.Ι. για το χρονικό διάστημα  $\Delta t = t_1 - t_0$ , θεωρώντας θετική την φορά προς τα κάτω

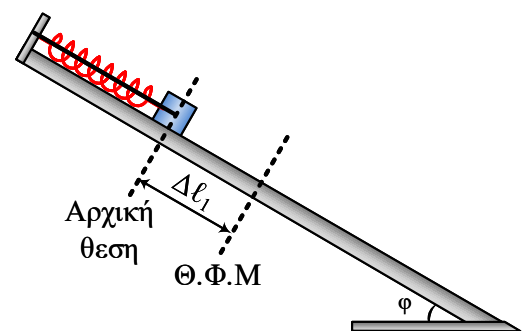
**γ.** Να υπολογίσετε την μεταβολή ενέργειας ( $\Delta E = E_3 - E_1$ ) της ταλάντωσης που πραγματοποιείται πριν την δράση της δύναμης  $\vec{F}$  ( $E_1$ ) και μετά την κατάργηση αυτής ( $E_3$ ).

**δ.** Να υπολογίσετε την ελάχιστη δύναμη που δέχεται το  $\Sigma$ , κατά την διάρκεια της ταλάντωσης που πραγματοποιεί μετά την κατάργηση της δύναμης  $\vec{F}$ .

Απ. α.  $d = 0,15 \text{ m}$ , β.  $x = 0,2\eta\mu(10t + 3\pi/2)$  (S.I.), γ.  $\Delta E = -1,5 \text{ J}$ , δ.  $F_{\text{ελ, min}} = 0$ .

### ΘΕΜΑ Δ

Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε ένα ελατήριο σταθεράς  $k = 100 \text{ N/m}$  φυσικού μήκους  $\ell_0 = 0,33 \text{ m}$ . Το σώμα  $\Sigma_1$  με μάζα  $m = 1 \text{ kg}$ , είναι δεμένο μέσω νήματος που βρίσκεται στην κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου (γωνίας κλίσης  $\varphi = 30^\circ$ ), έτσι ώστε το ελατήριο να είναι συσπειρωμένο. Κάποια στιγμή κόβουμε το νήμα και το σώμα  $\Sigma_1$  εκτελεί ταλάντωση πλάτους  $A$ . Ο λόγος της μέγιστης κινητικής ενέργειας της ταλάντωσης προς τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελα-



τηρίου είναι  $\frac{16}{25}$ . Να βρείτε:

**α.** το πλάτος της ταλάντωσης

**β.** το μέτρο της τάσης του νήματος πριν αυτό κοπεί.

Κάποια στιγμή εκτοξεύουμε από την βάση του κεκλιμένου επιπέδου σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 2,4 \text{ kg}$  με ταχύτητα μέτρου  $v_0 = \frac{7}{3} \text{ m/s}$  και φορά προς την κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου. Το  $\Sigma_1$  και το  $\Sigma_2$  συγκρούονται

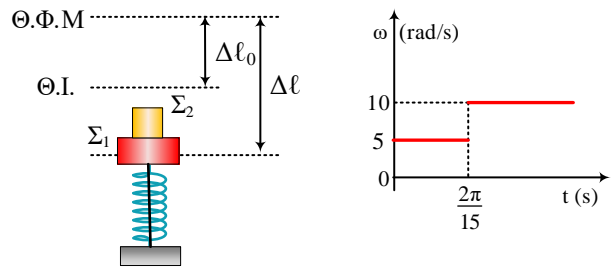
κεντρικά και πλαστικά σε κάποια θέση της ταλάντωσης του  $\Sigma_1$ , με αποτέλεσμα μετά την κρούση το συσσωμάτωμα να μείνει ακίνητο. Να βρείτε:

**γ.** να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας  $\vec{v}_1$  που έχει το  $\Sigma_1$  ελάχιστα πριν την κρούση με το  $\Sigma_2$

**δ.** το μήκος του κεκλιμένου επιπέδου

### Προτεινόμενα θέματα

Ελατήριο σταθεράς  $k$  στερεώνεται στο δάπεδο και πάνω σε αυτό στερεώνουμε (δένοντας το) το σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1$ . Πάνω στο  $\Sigma_1$  τοποθετούμε το  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2$  έτσι ώστε τα δύο σώματα να βρίσκονται απλά σε επαφή. Ασκώντας κάποια δύναμη συμπιέζουμε το ελατήριο και δένουμε μέσω νήματος το σώμα  $\Sigma_1$  με το δάπεδο όπως φαίνεται και στο διπλανό σχήμα. Κάποια χρονική στιγμή που την θεωρούμε ως στιγμή  $t_0$  κόβουμε το νήμα και το σύστημα των δύο σωμάτων εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση μέχρι την στιγμή που το  $\Sigma_2$  αποχωρίζεται από το  $\Sigma_1$ . Για να μηδενιστεί η ταχύτητα του  $\Sigma_2$  μετά από την αποχώριση από το  $\Sigma_1$  χρειάζεται χρονικό διάστημα  $\Delta t = 0,2\sqrt{3}$  s. Μόλις το  $\Sigma_2$  φτάσει στο μέγιστο ύψος το πιάνουμε και δεν το αφήνουμε να συγκρουστεί με το  $\Sigma_1$ . Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του  $\Sigma_2$ ,  $0,1\sqrt{3}$  s μετά την αποχώριση από το  $\Sigma_1$  είναι ίσος με  $\frac{dK_2}{dt} = -15\sqrt{3} \frac{J}{s}$ .

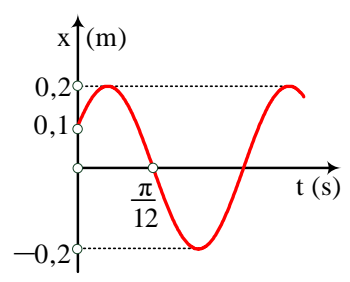


- α. Να βρείτε την ταχύτητα  $\bar{v}_2$  την στιγμή της αποχώρισης των δύο σωμάτων.
- β. Να βρείτε την αρχική φάση και την μέγιστη ταχύτητα της ταλάντωσης των  $\Sigma_1, \Sigma_2$
- γ. Να βρείτε τις μάζες  $m_1$  και  $m_2$
- δ. Να βρείτε την τάση του νήματος πριν το κόψουμε το νήμα.
- ε. Να γίνει η γραφική παράσταση της δύναμης  $\vec{N}$  που δέχεται το  $\Sigma_2$  από το  $\Sigma_1$  όσο αυτά είναι σε επαφή.
- στ. Το πλάτος της ταλάντωσης του  $\Sigma_1$

Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , κάθε αντίσταση από τον αέρα θεωρείτε αμελητέα και το ελατήριο είναι ιδανικό. Θετική θεωρούμε την φορά προς τα πάνω.

Απ. α.  $v_2 = 2\sqrt{3} \text{ m/s}$ , β.  $\varphi_0 = 3\pi/2$ ,  $v_{\max} = 4 \text{ m/s}$ , γ.  $m_1 = 0,5 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 1,5 \text{ kg}$ , δ.  $T = 40 \text{ N}$ , ε.  $N = 15 - 30\eta\mu(5t + 3\pi/2)$ , στ.  $A_2 = 0,1\sqrt{13} \text{ m}$ .

Σώμα  $\Sigma$  μάζας  $m = 2 \text{ kg}$  κρέμεται από το κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $k$ . Το πάνω άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα στο ταβάνι. Ανυψώνουμε το σώμα κατά  $0,1 \text{ m}$  από τη θέση ισορροπίας του και από την θέση αυτή το εκτοξεύουμε με ταχύτητα  $\bar{v}_0$  και φορά προς τα πάνω την οποία θεωρούμε θετική. Η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



- α. Να υπολογίσετε την περίοδο της ταλάντωσης
- β. Να βρείτε το μέτρο της αρχικής ταχύτητας  $\bar{v}_0$
- γ. Να γράψετε την χρονική εξίσωση της επιτάχυνσης του σώματος
- δ. Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας όταν το σώμα δέχεται δύναμη επαναφοράς  $F_{\epsilon\lambda} = 24 \text{ N}$  και κινείται επιταχυνόμενα.
- ε. Να γράψετε την χρονική εξίσωση της δύναμης που ασκεί το ελατήριο στο σώμα  $\Sigma$ .

Απ. α.  $T = 0,2\pi \text{ s}$ , β.  $v_0 = \sqrt{3} \text{ m/s}$ , γ.  $a = -20\eta\mu(10t + \pi/6)$  (S.I.), δ.  $\frac{dK}{dt} = 38,4 \frac{J}{s}$ , ε.  $F_{\epsilon\lambda} = 20 - 40\eta\mu(10t + \pi/6)$  (S.I.)