ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΙΣ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ

Απαντήσεις
ΘΕΜΑ Α
Α1. α, **Α2.** δ, **Α3.** γ, **Α4.** γ, **Α5.** Λ, Σ, Σ, Σ, Σ

ΘΕΜΑ Β
Β1. Σωστή απάντηση είναι η **γ**.

Η ταχύτητα υποδιπλασιάζεται τη χρονική στιγμή $\upsilon = \upsilon_0 - \alpha t_1 \Rightarrow \frac{\upsilon_0}{2} = \upsilon_0 - \alpha t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{\upsilon_0}{2\alpha}$

Η μετατόπιση είναι: $\Delta x_1 = \upsilon_0 t_1 - \frac{1}{2}\alpha t_1^2 \Rightarrow \Delta x_1 = \upsilon_0 \frac{\upsilon_0}{2\alpha} - \frac{1}{2}\alpha \frac{\upsilon_0^2}{4\alpha^2} \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{\upsilon_0^2}{2\alpha} - \frac{\upsilon_0^2}{8\alpha} \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{3\upsilon_0^2}{8\alpha}$

Η ταχύτητα μηδενίζεται την χρονική στιγμή $\upsilon = \upsilon_0 - \alpha t \Rightarrow 0 = \upsilon_0 - \alpha t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{\upsilon_0}{\alpha}$

Η συνολική μετατόπιση είναι $\Delta x = \upsilon_0 t_2 - \frac{1}{2}\alpha t_2^2 \Rightarrow \Delta x = \upsilon_0 \frac{\upsilon_0}{\alpha} - \frac{1}{2}\alpha \frac{\upsilon_0^2}{\alpha^2} \Rightarrow \Delta x = \frac{\upsilon_0^2}{2\alpha}$

Έτσι από τη στιγμή που η ταχύτητα έχει υποδιπλασιαστεί μέχρι να σταματήσει η μετατόπιση είναι:

$\Delta x_2 = \Delta x - \Delta x_1 \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{\upsilon_0^2}{2\alpha} - \frac{3\upsilon_0^2}{8\alpha} \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{\upsilon_0^2}{8\alpha}$

Άρα $\Delta x_1 = 3\Delta x_2$.

Β2. Σωστή απάντηση είναι η **β**.

Ένα σώμα που κάνει ευθύγραμμη ομαλή επιβραδυνόμενη κίνηση σταματά όταν:

$\upsilon = \upsilon_0 + \alpha t \Rightarrow 0 = \upsilon_0 + \alpha t \Rightarrow t = \frac{\upsilon_0}{|\alpha|}$

Και η αντίστοιχη μετατόπιση μέχρι να σταματήσει: $\Delta x = \upsilon_0 t_2 + \frac{1}{2}\alpha t_2^2 \Rightarrow \Delta x = \upsilon_0 \frac{\upsilon_0}{\alpha} - \frac{1}{2}|\alpha| \frac{\upsilon_0^2}{\alpha^2} \Rightarrow \Delta x = \frac{\upsilon_0^2}{2|\alpha|}$

Σύμφωνα με την παραπάνω σχέση: $\Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow \frac{\upsilon_0^2}{2|\alpha_1|} = \frac{\frac{\upsilon_0^2}{4}}{2|\alpha_2|} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha_2 = \frac{\alpha_1}{4}}$

Β3. Σωστή απάντηση είναι η **β**.

Από το εμβαδό μεταξύ γραφικής παράστασης και άξονα των χρόνων μπορούμε να υπολογίσουμε την μετατόπιση. $\Delta x_A = \frac{1}{2} 2\upsilon_0 t_1 \Rightarrow \Delta x_A = \upsilon_0 t_1$

Ομοίως $\Delta x_B = \frac{2\upsilon_0 + 4\upsilon_0}{2} t_1 \Rightarrow \Delta x_B = 3\upsilon_0 t_1$. Τελικά καταλήγουμε ότι $\Delta x_B = 3\Delta x_A$.

Β4. Σωστή απάντηση είναι η **γ**.

Η ταχύτητα θα τριπλασιαστεί την χρονική στιγμή: $\upsilon = \upsilon_0 + \alpha t \Rightarrow 3\upsilon_0 = \upsilon_0 + \alpha t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{2\upsilon_0}{\alpha}$

και η μετατόπιση είναι: $\Delta x = \upsilon_0 t_1 + \frac{1}{2}\alpha t_1^2 \Rightarrow \Delta x = \upsilon_0 \frac{2\upsilon_0}{\alpha} + \frac{1}{2}\alpha \frac{4\upsilon_0^2}{\alpha^2} \Rightarrow \Delta x = \frac{4\upsilon_0^2}{\alpha}$

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΙΣ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. α. Από το διάγραμμα επιτάχυνσης χρόνου, από το εμβαδό, μπορούμε να υπολογίσουμε την μεταβολή της ταχύτητας.

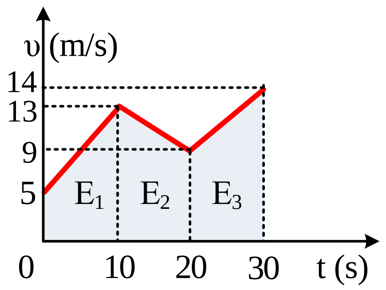
$\Delta\upsilon_1 = E_1 = 10 \cdot 0{,}8$ m/s $\Rightarrow \Delta\upsilon_1 = 8$ m/s

$\Delta\upsilon_2 = E_2 = -\,10 \cdot 0{,}4$ m/s $\Rightarrow \Delta\upsilon_2 = -4$ m/s

$\Delta\upsilon_3 = E_3 = 10 \cdot 0{,}4$ m/s $\Rightarrow \Delta\upsilon_3 = 5$ m/s

Άρα η τελική ταχύτητα θα είναι: $\upsilon_3 = \upsilon_0 + \Delta\upsilon_1 + \Delta\upsilon_2 + \Delta\upsilon_3 \Rightarrow \upsilon_3 = 14$ m/s.

β. Η ζητούμενη γραφική παράσταση φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.



γ. Το συνολικό διάστημα μπορεί να υπολογιστεί αν υπολογίσουμε τις επιμέρους μετατοπίσεις από το παραπάνω διάγραμμα ταχύτητας χρόνου.

$\Delta x_1 = E_1 = 90$ m

$\Delta x_2 = E_2 = 110$ m

$\Delta x_3 = E_3 = 115$ m

Άρα $s_{ολ} = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| \Rightarrow$ **$s_{ολ} = 315$ m**.

Γ2. α. Συνάντηση θα έχουμε όταν τα δύο σώματα βρεθούν στην ίδια θέση, άρα:

$x_1 = x_2 \Rightarrow 8 + 10t_1 = 2t_1^2 + 2t_1 - 2 \Rightarrow 2t_1^2 - 8t_1 - 10 = 0 \Rightarrow t_1^2 - 4t_1 - 5 = 0$ η διακρίνουσα είναι $\Delta = 36$ και η αποδεκτή λύση είναι **$t_1 = 5$ s**.

β. Το σώμα (1) εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με σταθερή ταχύτητα $\upsilon_1 = 10$ m/s, ενώ το σώμα (2) εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση με $\upsilon_2 = 2 + 4t$ (S.I.).

Άρα τα δύο σώματα θα έχουν ίσες ταχύτητες όταν $\upsilon_1 = \upsilon_2 \Rightarrow 10 = 2 + 4t_2 \Rightarrow$ **$t_2 = 2$ s**.

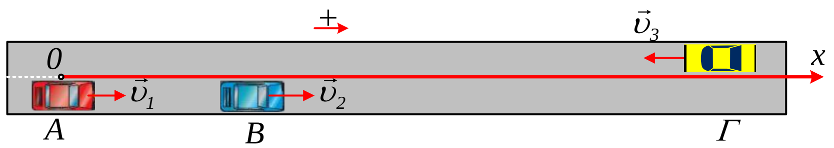
Την ίδια χρονική στιγμή οι θέσεις των δύο σωμάτων είναι:

$x_1 = (8 + 10 \cdot 2)$ m $\Rightarrow x_1 = 28$ m και $x_2 = (2 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 - 2)$ m $\Rightarrow x_2 = 10$ m.

Άρα απέχουν $d = x_1 - x_2 \Rightarrow$ **$d = 18$ m**.

ΘΕΜΑ Δ

Η εκφώνηση δεν μας επιβάλει μια συγκεκριμένη θέση ως αρχή του άξονα, αφήνοντάς μας το δικαίωμα να πάρουμε, σε οποιοδήποτε σημείο θέλουμε την αρχή του άξονα. Αυτό μας επιτρέπεται, αφού η μελέτη των κινήσεων, δεν εξαρτάται από το ποια επιλογή θα κάνουμε! Οι θέσεις μπορεί να είναι διαφορετικές, αλλά οι μετατοπίσεις θα είναι ίδιες. Ας επιλέξουμε ως x=0, τη θέση του Α αυτοκινήτου, τη στιγμή t=0 και θετική την προς τα δεξιά κατεύθυνση.



Με βάση τον άξονα αυτόν οι θέσεις τη στιγμή t = 0 των τριών αυτοκινήτων είναι:

$$x_{01} = 0, \quad x_{02} = 200 \text{ m και } x_{03} = 750 \text{ m.}$$

β. Η εξίσωση κίνησης ενός σώματος που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση είναι:

$$\Delta x = \upsilon \cdot \Delta t \text{ ή } x - x_0 = \upsilon \cdot (t - t_0)$$

Οπότε για τα τρία αυτοκίνητα έχουμε:

Α: $x = x_{01} + \upsilon_1 \cdot (t - t_0) \Rightarrow x_1 = 10 \cdot t$ (S.I.)

Β: $x = x_{02} + \upsilon_2 \cdot (t - t_0) \Rightarrow x_2 = 200 + 15 \cdot t$ (S.I.)

Γ: $x = x_{03} + \upsilon_3 \cdot (t - t_0) \Rightarrow x_3 = 750 - 20 \cdot t$ (S.I.)

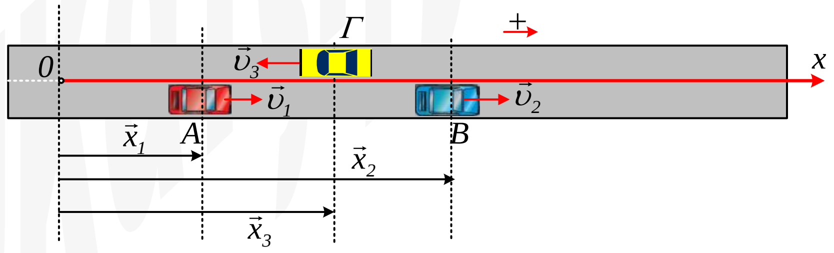
γ. Με αντικατάσταση $t_1 = 6$ s, στις παραπάνω εξισώσεις, παίρνουμε:

$$x_1 = 10 \cdot t = 10 \cdot 6 \text{ m} = 60 \text{ m}$$

$$x_2 = 200 + 15 \cdot t = (200 + 15 \cdot 6) \text{ m} = 290 \text{ m}$$

$$x_3 = 750 - 20 \cdot t = (750 - 20 \cdot 6) \text{ m} = 630 \text{ m}$$

δ. Για να ισαπέχει το Γ αυτοκίνητο από τα αυτοκίνητα Α και Β, σημαίνει ότι η εικόνα που θα έχουμε είναι αυτή που βλέπουμε στο παρακάτω σχήμα.



Αλλά τότε $x_3 = x_1 + \frac{x_2 - x_1}{2} = \frac{x_1 + x_2}{2}$ και με αντικατάσταση:

$$750 - 20t = \frac{10t + 200 + 15t}{2} \Rightarrow$$

$$1500 - 40t = 200 + 25t \Rightarrow$$

$$65t = 1.300 \Rightarrow t = 20 \text{ s}$$

Δηλαδή αυτοκίνητο Γ ισαπέχει από τα δυο άλλα τη χρονική στιγμή $t_2 = 20$ s, όταν βρίσκεται στη θέση:

$$x_3' = 750 - 20 \cdot t = (750 - 20 \cdot 20) \text{ m} = 350 \text{ m}$$

ενώ τα άλλα δύο αυτοκίνητα βρίσκονται στις θέσεις:

$$x'_1 = 10 \cdot t = 10 \cdot 20 \text{ m} = 200 \text{ m}$$

$$x'_2 = 200 + 15 \cdot t = (200 + 15 \cdot 20) \text{ m} = 500 \text{ m}$$

ε. Τη στιγμή t΄ = 40 s τα αυτοκίνητα θα βρίσκονται στις θέσεις:

$$x_1 = 10 \cdot t = 10 \cdot 40 \text{ m} = 400 \text{ m}$$

$$x_2 = 200 + 15 \cdot t = (200 + 15 \cdot 40) \text{ m} = 800 \text{ m}$$

$$x_3 = 750 - 20 \cdot t = (750 - 20 \cdot 40) \text{ m} = -50 \text{ m}$$

Οπότε λαμβάνοντας υπόψη και τις αρχικές τους θέσεις, χαράσσουμε τα διαγράμματα, όπως στο διπλανό σχήμα.