ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ Β ΛΥΚΕΙΟΥ
Εξεταζόμενη ύλη: Οριζόντια βολή - Ομαλή κυκλική κίνηση
Ηλεκτροστατικές αλληλεπιδράσεις

ΘΕΜΑ Α

1. (β) Όταν το σώμα συναντά το έδαφος, τότε: $y = H \Rightarrow \frac{1}{2}gt_K^2 = H \Rightarrow t_K = \sqrt{\frac{2H}{g}}$ ενώ η οριζόντια μετατόπιση του είναι ίση με : $S = \upsilon_0 t_K \Rightarrow S = \upsilon_0\sqrt{\frac{2H}{g}}$ (1)

Όταν βρίσκεται σε ύψος $h = \frac{15}{16}H$ η κατακόρυφη μετατόπιση του είναι: $y = H - h \Rightarrow y = \frac{H}{16}$

οπότε έχει, κινηθεί για χρόνο t: $y = \frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow \frac{H}{16} = \frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow t_1 = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{2H}{g}}$

Η οριζόντια μετατόπιση του είναι: $S_1 = \upsilon_0 t_1 = \upsilon_0 \frac{1}{4}\sqrt{\frac{2H}{g}}$ (2)

Από τις (1), (2): $\frac{S}{S_1} = \frac{1}{4} \Rightarrow S_1 = \frac{S}{4}$

β′ τρόπος: Αποδεικνύουμε την εξίσωση της τροχιάς $y = \frac{g}{2\upsilon_0^2}x^2$

Άρα $H = \frac{g}{2\upsilon_0^2}S^2$ και $\frac{H}{16} = \frac{g}{2\upsilon_0^2}S_1^2$ με διαίρεση κατά μέλη προκύπτει η πάνω σχέση.

2. A. (β) Όταν συναντά το έδαφος ισχύει: $K = 2K_0 \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 = 2\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 \Rightarrow \upsilon = \sqrt{2}\upsilon_0$

Τότε η ταχύτητα του σώματος σχηματίζει με τον ορίζοντα γωνία φ:

$$\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{\upsilon_x}{\upsilon} = \frac{\upsilon_0}{\sqrt{2}\upsilon_0} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \varphi = 45^\circ$$

B. (α) Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Μ.Ε. κατά τη μετατόπιση του σώματος από το σημείο βολής στο έδαφος:

$$K_0 + U_0 = K + U \Rightarrow K_0 + mgh = 2K_0 \Rightarrow mgh = K_0 \Rightarrow mgh = \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 \Rightarrow h = \frac{\upsilon_0^2}{2g}$$

<u>β′ τρόπος</u>

2. A. Όταν συναντά το έδαφος: $K = 2K_0 \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 = 2\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 \Rightarrow \upsilon_0^2 + \upsilon_y^2 = 2\upsilon_0^2 \Rightarrow \upsilon_y = \upsilon_0$

Τότε: $\varepsilon\varphi\varphi = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_x} = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_0} = 1 \Rightarrow \varphi = 45^\circ$

B. Εφόσον όταν συναντά το έδαφος $\upsilon_y = \upsilon_0 \Rightarrow gt_K = \upsilon_0 \Rightarrow t_K = \frac{\upsilon_0}{g}$

Τότε $y = h \Rightarrow h = \frac{1}{2}gt_K^2 = \frac{1}{2}g\frac{\upsilon_0^2}{g^2} \Rightarrow h = \frac{\upsilon_0^2}{2g}$

3. (α) Η απόσταση d των σημείων πρόσκρουσης είναι ίση με το άθροισμα των οριζοντίων μετατοπίσεων των σωμάτων όταν συναντούν το έδαφος:

$d = x_1 + x_2 \Rightarrow d = \upsilon_{01}t_1 + \upsilon_{02}t_2$ (1) όπου: $t_1 = t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ (2)

Από τις (1), (2): $d = \upsilon_0 t_1 + 2\upsilon_0 t_1 \Rightarrow d = 3\upsilon_0 t_1 \Rightarrow \upsilon_0 t_1 = 10$ m. (3)

Όταν τα σώματα εκτοξεύονται προς την ίδια κατεύθυνση η απόσταση d′ των σημείων πρόσκρουσης ισούται με:

$$d' = 2\upsilon_0 t_1 - \upsilon_0 t_1 \Rightarrow d' = \upsilon_0 t_1 \Rightarrow d' = 10\ \text{m}.$$

4. α. Η οριζόντια μετατόπιση του σώματος μέχρι να φτάσει στο έδαφος ισούται με:

$$S = \upsilon_0 t_K \Rightarrow t_K = \frac{S}{\upsilon_0} = 4\ \text{s}$$

Όταν συναντά το έδαφος: $y = h \Rightarrow \frac{1}{2}gt_K^2 = h \Rightarrow h = 80\ \text{m}$

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Μ.Ε. από τη θέση Α μέχρι τη θέση όπου U = 3K:

$$K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \xrightarrow{K_{τελ}=\frac{1}{3}U_{τελ}} \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 + mgh = \frac{4}{3}mgh' \Rightarrow h' = \frac{\frac{1}{2}\upsilon_0^2 + gh}{\frac{4}{3}g} \Rightarrow h' = \frac{200+800}{\frac{40}{3}}\text{m} \Rightarrow$$

$h' = 75\text{m}$

β. Όταν η ταχύτητα σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία θ = 60°:

$$εφθ = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_x} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_0} \Rightarrow \upsilon_y = 20\sqrt{3}\ \text{m/s}$$

Τότε $\upsilon_y = gt \Rightarrow t = 2\sqrt{3}\,\text{s}$, οπότε $y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow y = 60$ m. Άρα $W_B = B\cdot y \Rightarrow W_B = 600$ J

β′ τρόπος

Όταν $συνθ = \frac{\upsilon_0}{\upsilon} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\upsilon_0}{\upsilon} \Rightarrow \upsilon = 40\,\text{m/s}$: Εφαρμόζοντας το ΘΜΚΕ από την t = 0 μέχρι η ταχύτητα του σώματος να έχει μέτρο υ = 40 m/s:

$$K_{τελ} - K_{αρχ} = W_B \Rightarrow W_B = \frac{1}{2}m\upsilon^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 \Rightarrow W_B = 600\ \text{J}$$

ΘΕΜΑ Β

1. Α. (γ) Γνωρίζουμε ότι η περίοδος περιστροφής του λεπτοδείκτη και του ωροδείκτη ενός ρολογιού, είναι αντίστοιχα: $T_λ = T_2 = 1$ h, $T_ω = T_1 = 12$ h.

Για τις γραμμικές ταχύτητες των άκρων των δύο δεικτών ισχύει:

$$\left.\begin{array}{l} \upsilon_2 = \omega_2\ell_2 \Rightarrow \upsilon_2 = \frac{2\pi}{T_2}\ell_2 \\ \upsilon_1 = \omega_1\ell_1 \Rightarrow \upsilon_1 = \frac{2\pi}{T_1}\ell_1 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = \frac{T_1}{T_2}\frac{\ell_2}{\ell_1} \Rightarrow \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = \frac{12}{1}2 \Rightarrow \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1} = 24$$

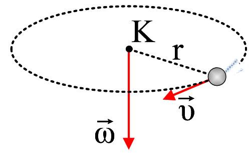
Β. Όταν οι δύο δείκτες σχηματίζουν για $1^η$ φορά γωνία $90° = \frac{\pi}{2}$ rad, τότε:

$$\varphi_λ = \varphi_ω + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \omega_λ t = \omega_ω t + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{T_λ}t = \frac{2\pi}{T_ω}t + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{2}{1}t = \frac{2}{12}t + \frac{1}{2} \Rightarrow 12t = t + 3 \Rightarrow t = \frac{3}{11}\text{h}$$

Σε αυτό το χρόνο ο ωροδείκτης έχει διαγράψει γωνία:

$$\varphi_ω = \omega_ω t \Rightarrow \varphi_ω = \frac{2\pi}{12}\frac{3}{11}\text{rad} \Rightarrow \varphi_ω = \frac{\pi}{22}\text{rad}$$

2. α. Σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού η γωνιακή ταχύτητα έχει τη κατεύθυνση που φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



β. Η σφαίρα διαγράφει γωνία θ = 30°= $\frac{\pi}{6}$ rad σε χρονικό διάστημα $\Delta t = \frac{1}{3}$ s.

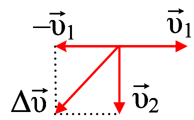
$$\text{Έτσι: } \omega = \frac{\theta}{\Delta t} = \frac{\frac{\pi}{6}}{\frac{1}{3}}\frac{\text{rad}}{\text{s}} \Rightarrow \omega = \frac{\pi}{2}\frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

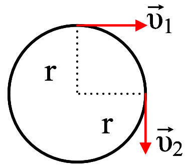
Η γραμμική ταχύτητα της σφαίρας έχει μέτρο $\upsilon = \omega r \Rightarrow \upsilon = 0{,}4\pi$ m/s.

γ. Όταν για 2η φορά βρεθεί σε θέση αντιδιαμετρική της Α έχει εκτελέσει 1,5 περιστροφές άρα $\Delta t = 1{,}5T$ (1).

Όμως: $T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = 4$ s, οπότε από την (1): $\Delta t = 6$ s.

δ. Σε $\Delta t = \frac{T}{4}$ η σφαίρα διαγράφει τεταρτοκύκλιο. Η μεταβολή της ταχύτητας της σφαίρας ισούται με:





$\Delta\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_2 - \vec{\upsilon}_1 = \vec{\upsilon}_2 + (-\vec{\upsilon}_1)$ οπότε :

$$|\Delta\upsilon| = \sqrt{\upsilon_2^2 + \upsilon_1^2} \xrightarrow{\upsilon_1=\upsilon_2=\upsilon} |\Delta\upsilon| = \sqrt{2\upsilon^2} = \upsilon\sqrt{2} \Rightarrow |\Delta\upsilon| = 0{,}4\sqrt{2}\pi \text{ m/s}$$

3. (α) Το μέτρο της κεντρομόλου επιτάχυνσης των σημείων του δίσκου, ισούται με:

$$\alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{r} \xrightarrow{\upsilon=\omega r} \alpha_\kappa = \omega^2 r$$

Τα σημεία του δίσκου εκτελούν Ο.Κ.Κ. με την ίδια γωνιακή ταχύτητα. Έτσι για τα σημεία Κ και Λ ισχύει:

$$\left.\begin{matrix}\alpha_K = \omega^2 r_1 \\ \alpha_\Lambda = \omega^2 r_2\end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{\alpha_K}{\alpha_\Lambda} = \frac{r_1}{r_2} \xrightarrow{\alpha_K=2\alpha_\Lambda} 2 = \frac{r_1}{r_2} \Rightarrow r_1 = 2r_2$$

4. (γ) Τα μέτρα των γραμμικών ταχυτήτων των δύο σωμάτων συνδέονται με τη συχνότητα περιστροφής τους με τις σχέσεις, $\upsilon_1 = 2\pi R f_1$ και $\upsilon_1 = 2\pi R f_1$ αντίστοιχα, οπότε: $\frac{\upsilon_1}{\upsilon_2} = \frac{f_1}{f_2} \xrightarrow{f_1>f_2} \upsilon_1 > \upsilon_2$

Έτσι αν S_1, S_2 είναι τα μήκη των τόξων που έχουν διανύσει τα δύο σώματα μεταξύ δύο διαδοχικών συναντήσεων τους, πρέπει:

$$S_1 = S_2 + 2\pi R \Rightarrow \upsilon_1 t = \upsilon_2 t + 2\pi R \Rightarrow 2\pi R f_1 t = 2\pi R f_2 t + 2\pi R \Rightarrow f_1 t = f_2 t + 1 \Rightarrow t = \frac{1}{f_1 - f_2}.$$

ΘΕΜΑ Γ

1. Σωστή απάντηση είναι η γ.

Στην σφαίρα αρχικά ασκούνται το βάρος της και η δύναμη Coulomb.

Από την ισορροπία έχουμε:

$\Sigma\vec{F} = 0$ ή $F = w$.

Αρχικά η δύναμη Coulomb είναι $F = \frac{kQq}{h^2}$ (1)

Μετά τον τριπλασιασμό του φορτίου Q θα είναι $F' = \frac{k3Qq}{h^2}$ (2)

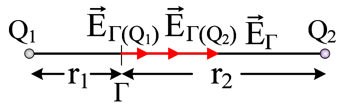
Από (1) και (2) προκύπτει $F' = 3F = 3w$.

Άρα $\Sigma\vec{F} = m\vec{\alpha}$ ή $\vec{F}' + \vec{w} = m\vec{\alpha}$ ή $F' - w = m\alpha$ ή $3w - w = m\alpha$ ή $2w = m\alpha$ ή $2mg = m\alpha$ ή $\alpha = 2g$

2. Σωστή απάντηση είναι η **α.**

Έστω Γ το σημείο που βρίσκεται στη θέση 0,05 m και έχει δυναμικό μηδέν.

Αν $r_1 = 0{,}05$ m, η απόσταση του Q_1 από το Γ και $r_2 = 0{,}15$ m, η απόσταση του Q_2 από το Γ προκύπτει ότι $r_2 = 3r_1$.



Το δυναμικό στο σημείο Γ είναι μηδέν, άρα: $V_\Gamma = 0$ ή $\dfrac{kQ_1}{r_1} + \dfrac{kQ_2}{r_2} = 0$ ή

$$\frac{kQ_1}{r_1} = -\frac{kQ_2}{3r_1} \quad ή \quad Q_2 = -3Q_1$$

Από το σχήμα προκύπτει ότι το $Q_1 > 0$ και $Q_2 < 0$.
Η ένταση στο σημείο Γ, έχει κατεύθυνση και από τα δύο φορτία προς Q_2.

$$\vec{E}_\Gamma = \vec{E}_{\Gamma(Q_1)} + \vec{E}_{\Gamma(Q_2)} \quad ή \quad E_\Gamma = E_{\Gamma(Q_1)} + E_{\Gamma(Q_2)} \quad ή \quad E_\Gamma = \frac{k|Q_1|}{r_1^2} + \frac{k|Q_2|}{r_2^2} = \frac{k|Q_1|}{r_1^2} + \frac{k3|Q_1|}{9r_1^2} = \frac{4kQ_1}{3r_1^2}$$

3. Σωστή απάντηση είναι η **α**.
Τα δυναμικά στα σημεία Β και Γ είναι ίσα αφού βρίσκονται σε ισοδυναμική επιφάνεια.
Διαφορετικά η δύναμη $\vec{F}$ από το ηλεκτρικό πεδίο είναι κάθετη στην μετατόπιση $\Delta\vec{x}_{B\Gamma}$, οπότε αν μετακινήσουμε το φορτίο q κατά μήκος αυτής της διαδρομής θα έχουμε:

$W_{B\Gamma} = 0$ ή $q(V_B - V_\Gamma) = 0$ ή $V_B = V_\Gamma$

Άρα $\quad W_{AB} = q(V_A - V_B)$

$W_{A\Gamma} = q(V_A - V_\Gamma)$

Συνεπώς $\quad W_{AB} = W_{A\Gamma}$

4. Σωστή απάντηση είναι η **α**.

Έχουμε $E_\Gamma = \dfrac{E_B}{16}$ ή $\dfrac{kQ}{r_\Gamma^2} = \dfrac{\frac{kQ}{r_B^2}}{16}$ ή $\dfrac{1}{r_\Gamma^2} = \dfrac{1}{16r_B^2}$ ή $r_\Gamma = 4r_B$

Για τα δυναμικά έχουμε $\dfrac{V_B}{V_\Gamma} = \dfrac{\frac{kQ}{r_B}}{\frac{kQ}{r_\Gamma}} = \dfrac{r_\Gamma}{r_B} = \dfrac{4r_B}{r_B} = 4$ ή $V_B = 4V_\Gamma$

ΘΕΜΑ Δ

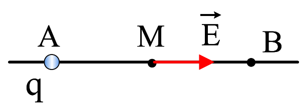
1. α. $W_{AB} = q(V_A - V_B)$ ή $V_{AB} = \dfrac{W_{AB}}{q}$ ή $\mathbf{V_{AB} = 1000\ V}$.

β. Το δυναμικό στο σημείο Β είναι: $V_B = \dfrac{U_B}{q}$ ή $\mathbf{V_B = 2000\ V}$.

$V_{AB} = V_A - V_B$ ή $V_A = V_{AB} + V_B$ ή $\mathbf{V_A = 3000\ V}$

γ. Το πεδίο είναι ομογενές άρα η ένταση στο Μ και σε κάθε σημείο έχει μέτρο: $E = \dfrac{F}{q}$ ή $\mathbf{E = 10^4\ N/C}$.

Το θετικό φορτίο q θα κινηθεί αυθαίρετα προς την χαμηλότερη δυναμική ενέργεια δηλαδή προς το Β υπό την επίδραση της δύναμης του πεδίου. Άρα η δύναμη θα έχει κατεύθυνση από το Α στο Β και επειδή το φορτίο είναι θετικό η ένταση θα έχει την ίδια κατεύθυνση.

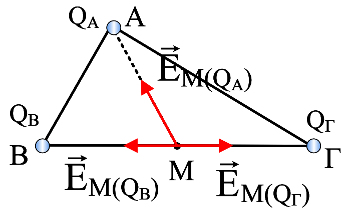


2. α. Από τα δεδομένα της άσκησης έχουμε ΜΒ = ΜΓ = ΑΜ = r.

Για τα μέτρα των εντάσεων ισχύει: $E_{M(Q_B)} = E_{M(Q_\Gamma)} = \dfrac{k|Q_B|}{r^2} = 18 \cdot 10^5 \dfrac{N}{C}$

και $E_{M(Q_A)} = \frac{k\,|Q_A|}{r^2} = 54\cdot 10^5\ \frac{N}{C}$

Τα διανύσματα των εντάσεων στο σημείο Μ φαίνονται στο διπλανό σχήμα. Τα φορτία Q_B και $Q_Γ$ δημιουργούν αντίθετες εντάσεις στο σημείο Μ, οπότε η συνολική ένταση στο αυτό σημείο είναι ίση με την ένταση που προκαλεί το φορτίο Q_A. Άρα:



$\vec{E}_M = \vec{E}_{M(Q_B)} + \vec{E}_{M(Q_Γ)} + \vec{E}_{M(Q_A)} = \vec{E}_{M(Q_A)}$ ή $\mathbf{E_M = E_{M(Q_A)} = 54\cdot 10^5\ \frac{N}{C}}$ με κατεύθυνση προς το Α. **β.** Το δυναμικό στο σημείο Μ είναι:

$V_M = \frac{kQ_A}{r} + \frac{kQ_B}{r} + \frac{kQ_Γ}{r} = \frac{k}{r}(Q_A + Q_B + Q_Γ)$ ή $\mathbf{V_M = -9\cdot 10^5\ V}$.

γ. Η δυναμική ενέργεια που θα αποκτήσει το φορτίο q που θα τοποθετηθεί στο σημείο Μ είναι:
$U_M = qV_M$ ή $\mathbf{U_M = 2{,}7\ J}$.
Σύμφωνα με τον ορισμό έχουμε: $W_{M\to\infty} = U_M$ ή $\mathbf{W_{M\to\infty} = 2{,}7\ J}$.