ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ Β ΛΥΚΕΙΟΥ
Εξεταζόμενη ύλη: Οριζόντια βολή - Ομαλή κυκλική κίνηση
Ηλεκτροστατικές αλληλεπιδράσεις

ΘΕΜΑ Α

1. (α) Η κατακόρυφη μετατόπιση δίνεται από τη σχέση $y = \frac{1}{2}gt^2$ και για τα δύο σώματα. Άρα για όσο χρόνο διαρκεί η πτώση τους διανύουν κατακόρυφα τις ίδιες αποστάσεις, έτσι η μεταξύ τους απόσταση θα παραμένει συνεχώς σταθερή και ίση με αυτή που είχαν όταν ξεκίνησαν, άρα d = 4h – h = 3h.

2. A. (γ) Όταν συναντά το έδαφος ισχύει: $K = 4K_0 \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 = 4\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 \Rightarrow \upsilon = 2\upsilon_0$

Τότε η ταχύτητα του σώματος σχηματίζει με τον ορίζοντα γωνία φ:

$$\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{\upsilon_x}{\upsilon} = \frac{\upsilon_0}{2\upsilon_0} = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = 60°$$

Β. (β) Εφαρμόζοντας την Α.Δ.Μ.Ε. κατά τη μετατόπιση του σώματος από το σημείο βολής στο έδαφος:

$$K_0 + U_0 = K + U \Rightarrow K_0 + mgh = 4K_0 \Rightarrow mgh = 3K_0 \Rightarrow mgh = 3\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 \Rightarrow h = \frac{3\upsilon_0^2}{2g}$$

<u>β′ τρόπος</u>

2. A. Όταν συναντά το έδαφος: $K = 4K_0 \Rightarrow \frac{1}{2}m\upsilon^2 = 4\frac{1}{2}m\upsilon_0^2 \Rightarrow \upsilon_0^2 + \upsilon_y^2 = 4\upsilon_0^2 \Rightarrow \upsilon_y = \sqrt{3}\upsilon_0$

Τότε:
$$\varepsilon\varphi\varphi = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_x} = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_0} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi = 60°$$

Β. Εφόσον όταν συναντά το έδαφος $\upsilon_y = \upsilon_0 \Rightarrow gt_K = \upsilon_0 \Rightarrow$ $\upsilon_y = \sqrt{3}\upsilon_0 \Rightarrow gt_K = \sqrt{3}\upsilon_0 \Rightarrow t_K = \frac{\sqrt{3}\upsilon_0}{g}$

Τότε
$$y = h \Rightarrow h = \frac{1}{2}gt_K^2 = \frac{1}{2}g\frac{3\upsilon_0^2}{g^2} \Rightarrow h = \frac{3\upsilon_0^2}{2g}$$

3. (γ) Οι οριζόντιες αποστάσεις που διανύουν τα δύο σφαιρίδια την χρονική στιγμή t είναι:

$x_1 = \upsilon_{0,1}t = 8$ m και $x_2 = \upsilon_{0,2}t = 7$ m

Η οριζόντια απόσταση στον άξονα x′x είναι $d_x = x_1 + x_2 = 15$ m.

Κατακόρυφα τα δύο σφαιρίδια διανύουν την ίδια απόσταση (αφού έχουν εκτοξευθεί ταυτόχρονα) έτσι κάθε χρονική στιγμή η απόσταση τους θα είναι: $d_y = H_2 - H_1 = 8$ m.

Η απόσταση των δύο σφαιριδίων την χρονική στιγμή t θα είναι:

$$d = \sqrt{d_x^2 + d_y^2} \Rightarrow d = 17\,\text{m}$$

4. α. Η οριζόντια μετατόπιση του σώματος μέχρι να φτάσει στο έδαφος ισούται με:

$$S = \upsilon_0 t_K \Rightarrow t_K = \frac{S}{\upsilon_0} = 6\text{ s}$$

Όταν συναντά το έδαφος: $y = h \Rightarrow \frac{1}{2}gt_K^2 = h \Rightarrow h = 180$ m

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Μ.Ε. από τη θέση Α μέχρι τη θέση όπου U = 3K:

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \xrightarrow{K_{\tau\varepsilon\lambda} = \frac{1}{3}U_{\tau\varepsilon\lambda}} \frac{1}{2}m\upsilon_0^2 + mgh = \frac{4}{3}mgh' \Rightarrow h' = \frac{\frac{1}{2}\upsilon_0^2 + gh}{\frac{4}{3}g} \Rightarrow h' = \frac{200+1800}{\frac{40}{3}}\text{m} \Rightarrow h' = 150\text{ m}$$

β. Όταν η ταχύτητα σχηματίζει με την οριζόντια διεύθυνση γωνία θ = 60°:

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{\upsilon_{y,2}}{\upsilon_x} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{\upsilon_{y,2}}{\upsilon_0} \Rightarrow \upsilon_{y,2} = 20\sqrt{3}\ \text{m/s}$$

Τότε $\upsilon_{y,2} = gt \Rightarrow t_2 = 2\sqrt{3}\,s$, οπότε $\quad y_2 = \frac{1}{2}gt_2^2 \Rightarrow y_2 = 60$ m.

$$y_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 \Rightarrow y_1 = 5 \text{ m}.$$

Άρα $\quad W_B = B\cdot\Delta y \Rightarrow W_B = 550$ J

β′ τρόπος

Έχουμε: $\quad \sigma\upsilon\nu\theta = \frac{\upsilon_0}{\upsilon_2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\upsilon_0}{\upsilon_2} \Rightarrow \upsilon_2 = 40\,\text{m/s}.$

Επίσης $\quad \upsilon_1 = \sqrt{\upsilon_0^2 + \upsilon_{y,1}^2} = \sqrt{\upsilon_0^2 + (gt_1)^2} \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{500}\ \text{m/s}.$

Εφαρμόζοντας το ΘΜΚΕ από την t_1 μέχρι την στιγμή t_2:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_B \Rightarrow W_B = \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 - \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 \Rightarrow W_B = 550 \text{ J}$$

ΘΕΜΑ Β

1. Όταν οι δύο δείκτες σχηματίζουν για 1^η φορά γωνία $120° = \frac{2\pi}{3}$ rad, τότε:

$$\varphi_\lambda = \varphi_\omega + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \omega_\lambda t = \omega_\omega t + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{T_\lambda}t = \frac{2\pi}{T_\omega}t + \frac{2\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{1}{12}t + \frac{1}{3} \Rightarrow 12t = t + 4 \Rightarrow t = \frac{4}{11}\text{h}$$

Σε αυτό το χρόνο ο ωροδείκτης έχει διαγράψει γωνία:

$$\varphi_\omega = \omega_\omega t \Rightarrow \varphi_\omega = \frac{2\pi}{12}\frac{4}{11}\text{rad} \Rightarrow \varphi_\omega = \frac{2\pi}{33}\text{rad}$$

2. α. Για το σώμα 1 έχουμε: $S_1 = \upsilon_1 t \Rightarrow r\frac{\pi}{2} = \upsilon_1 t \Rightarrow t = \frac{r\cdot\pi}{2\upsilon_1} \Rightarrow t = \frac{10\pi}{2\cdot 0,5\pi}s \Rightarrow t = 10\,s$

β. Για τα μήκη των τροχιών που διαγράφουν τα δυο σώματα ισχύει:

$$\left.\begin{aligned} S_1 &= r\frac{\pi}{2} \\ S_2 &= r\frac{3\pi}{2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{\upsilon_1 t}{\upsilon_2 t} = \frac{1}{3} \Rightarrow \upsilon_2 = 3\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_2 = 1,5\pi\,\text{m/s}.$$

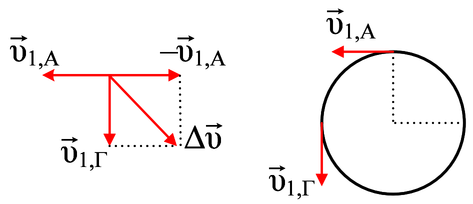
Αλλά $\upsilon = 2\pi r f \Rightarrow f = \frac{\upsilon}{2\pi r}$ οπότε: $\quad f_1 = \frac{\upsilon_1}{2\pi r} \Rightarrow f_1 = \frac{1}{40}\text{Hz}\quad$ και $\quad f_2 = \frac{\upsilon_2}{2\pi r} \Rightarrow f_2 = \frac{3}{40}\text{Hz}$

γ. Από το Α στο Γ το σώμα 1 διαγράφει τεταρτοκύκλιο. Η μεταβολή της ταχύτητας της σφαίρας ισούται με:

$\Delta\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_{1,\Gamma} - \vec{\upsilon}_{1,A} = \vec{\upsilon}_{1,\Gamma} + (-\vec{\upsilon}_{1,A})$ οπότε:

$$|\Delta\upsilon| = \sqrt{\upsilon_{1,\Gamma}^2 + \upsilon_{1,A}^2} \xrightarrow{\upsilon_{1,\Gamma}=\upsilon_{1,A}=\upsilon} |\Delta\upsilon| = \sqrt{2\upsilon_1^2} = \upsilon_1\sqrt{2} \Rightarrow$$

$$|\Delta\upsilon| = 0,5\sqrt{2}\pi\,\text{m/s}$$



3. (β) Για την κεντρομόλο δύναμη ισχύει: $F_K = m\frac{\upsilon^2}{R} = m\frac{(\omega R)^2}{R} = m\omega^2 R$

Όλα τα σημεία της ράβδου έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα άρα:

$$\frac{F_{K,1}}{F_{K,2}} = \frac{m\omega^2 R_1}{m\omega^2 R_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{\frac{d}{4}}{\frac{3d}{4}} = \frac{1}{3}$$

4. Α (β) Όλα τα σημεία του ιμάντα έχουν την ίδια γραμμική ταχύτητα, άρα

$$\upsilon_1 = \upsilon_2 \Rightarrow 2\pi R_1 f_1 = 2\pi R_2 f_2 \Rightarrow R_1 f_1 = 3R_1 f_2 \Rightarrow f_1 = 3f_2 \Rightarrow f_2 = \frac{f_1}{3}$$

Β. (α) Για να ξαναβρεθούν τα σημεία Κ και Λ στην ίδια θέση θα πρέπει να κάνουν ακέραιο αριθμό περιστροφών δηλαδή: $t_1 = t_2 \Rightarrow N_1 T_1 = N_2 T_2 \Rightarrow N_1 \frac{1}{f_1} = N_2 \frac{1}{f_2} \Rightarrow N_1 \frac{1}{3f_2} = N_2 \frac{1}{f_2} \Rightarrow N_1 = 3N_2$

Άρα ο δίσκος 2 θα διαγράψει 1 περιστροφή και ο δίσκος 1 θα διαγράψει 3 περιστροφές, οπότε $t = 3T_1$

ΘΕΜΑ Γ

1. Σωστή απάντηση είναι η **γ**.
Στην σφαίρα αρχικά ασκούνται το βάρος της και η δύναμη Coulomb.
Από την ισορροπία έχουμε:
$\Sigma\vec{F} = 0$ ή $F = w$.

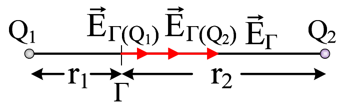
Αρχικά η δύναμη Coulomb είναι $F = \frac{kQq}{h^2}$ (1)

Μετά τον τριπλασιασμό του φορτίου Q θα είναι $F' = \frac{k3Qq}{h^2}$ (2)

Από (1) και (2) προκύπτει $F' = 3F = 3w$.

Άρα $\Sigma\vec{F} = m\vec{\alpha}$ ή $\vec{F}' + \vec{w} = m\vec{\alpha}$ ή $F' - w = m\alpha$ ή $3w - w = m\alpha$ ή $2w = m\alpha$ ή $2mg = m\alpha$ ή $\alpha = 2g$

2. Σωστή απάντηση είναι η **α**.
Έστω Γ το σημείο που βρίσκεται στη θέση 0,05 m και έχει δυναμικό μηδέν.
Αν $r_1 = 0{,}05$ m, η απόσταση του Q_1 από το Γ και $r_2 = 0{,}15$ m, η απόσταση του Q_2 από το Γ προκύπτει ότι $r_2 = 3r_1$.



Το δυναμικό στο σημείο Γ είναι μηδέν, άρα: $V_\Gamma = 0$ ή $\frac{kQ_1}{r_1} + \frac{kQ_2}{r_2} = 0$ ή

$\frac{kQ_1}{r_1} = -\frac{kQ_2}{3r_1}$ ή $Q_2 = -3Q_1$

Από το σχήμα προκύπτει ότι το $Q_1 > 0$ και $Q_2 < 0$.
Η ένταση στο σημείο Γ, έχει κατεύθυνση και από τα δύο φορτία προς Q_2.

$$\vec{E}_\Gamma = \vec{E}_{\Gamma(Q_1)} + \vec{E}_{\Gamma(Q_2)} \text{ ή } E_\Gamma = E_{\Gamma(Q_1)} + E_{\Gamma(Q_2)} \text{ ή } E_\Gamma = \frac{k|Q_1|}{r_1^2} + \frac{k|Q_2|}{r_2^2} = \frac{k|Q_1|}{r_1^2} + \frac{k3|Q_1|}{9r_1^2} = \frac{4kQ_1}{3r_1^2}$$

3. Σωστή απάντηση είναι η **α**.
Τα δυναμικά στα σημεία Β και Γ είναι ίσα αφού βρίσκονται σε ισοδυναμική επιφάνεια.
Διαφορετικά η δύναμη $\vec{F}$ από το ηλεκτρικό πεδίο είναι κάθετη στην μετατόπιση $\Delta\vec{x}_{B\Gamma}$, οπότε αν μετακινήσουμε το φορτίο q κατά μήκος αυτής της διαδρομής θα έχουμε:

$W_{B\Gamma} = 0$ ή $q(V_B - V_\Gamma) = 0$ ή $V_B = V_\Gamma$

Άρα $W_{AB} = q(V_A - V_B)$

$W_{A\Gamma} = q(V_A - V_\Gamma)$

Συνεπώς $W_{AB} = W_{A\Gamma}$

4. Σωστή απάντηση είναι η **α**.

Έχουμε $E_\Gamma = \frac{E_B}{16}$ ή $\frac{kQ}{r_\Gamma^2} = \frac{\frac{kQ}{r_B^2}}{16}$ ή $\frac{1}{r_\Gamma^2} = \frac{1}{16 r_B^2}$ ή $r_\Gamma = 4r_B$

Για τα δυναμικά έχουμε $\frac{V_B}{V_\Gamma} = \frac{\frac{kQ}{r_B}}{\frac{kQ}{r_\Gamma}} = \frac{r_\Gamma}{r_B} = \frac{4r_B}{r_B} = 4$ ή $V_B = 4V_\Gamma$

ΘΕΜΑ Δ

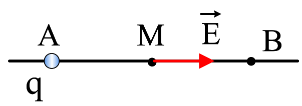
1. α. $W_{AB} = q(V_A - V_B)$ ή $V_{AB} = \frac{W_{AB}}{q}$ ή $\mathbf{V_{AB} = 1000\ V}$.

β. Το δυναμικό στο σημείο Β είναι: $V_B = \frac{U_B}{q}$ ή $\mathbf{V_B = 2000\ V}$.

$V_{AB} = V_A - V_B$ ή $V_A = V_{AB} + V_B$ ή $\mathbf{V_A = 3000\ V}$

γ. Το πεδίο είναι ομογενές άρα η ένταση στο Μ και σε κάθε σημείο έχει μέτρο: $E = \frac{F}{q}$ ή $\mathbf{E = 10^4\ N/C}$.

Το θετικό φορτίο q θα κινηθεί αυθαίρετα προς την χαμηλότερη δυναμική ενέργεια δηλαδή προς το Β υπό την επίδραση της δύναμης του πεδίου. Άρα η δύναμη θα έχει κατεύθυνση από το Α στο Β και επειδή το φορτίο είναι θετικό η ένταση θα έχει την ίδια κατεύθυνση.

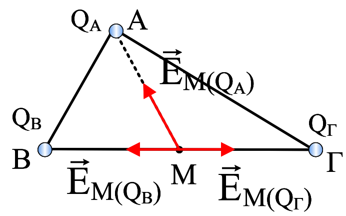


2. α. Από τα δεδομένα της άσκησης έχουμε ΜΒ = ΜΓ = ΑΜ = r.

Για τα μέτρα των εντάσεων ισχύει: $E_{M(Q_B)} = E_{M(Q_\Gamma)} = \frac{k|Q_B|}{r^2} = 18 \cdot 10^5 \frac{N}{C}$

και $E_{M(Q_A)} = \frac{k|Q_A|}{r^2} = 54 \cdot 10^5 \frac{N}{C}$

Τα διανύσματα των εντάσεων στο σημείο Μ φαίνονται στο διπλανό σχήμα. Τα φορτία Q_B και Q_Γ δημιουργούν αντίθετες εντάσεις στο σημείο Μ, οπότε η συνολική ένταση στο αυτό σημείο είναι ίση με την ένταση που προκαλεί το φορτίο Q_A. Άρα:



$\vec{E}_M = \vec{E}_{M(Q_B)} + \vec{E}_{M(Q_\Gamma)} + \vec{E}_{M(Q_A)} = \vec{E}_{M(Q_A)}$ ή $\mathbf{E_M = E_{M(Q_A)} = 54 \cdot 10^5 \frac{N}{C}}$ με κατεύθυνση προς το Α. **β.** Το δυναμικό στο σημείο Μ είναι:

$V_M = \frac{kQ_A}{r} + \frac{kQ_B}{r} + \frac{kQ_\Gamma}{r} = \frac{k}{r}(Q_A + Q_B + Q_\Gamma)$ ή $\mathbf{V_M = -9 \cdot 10^5\ V}$.

γ. Η δυναμική ενέργεια που θα αποκτήσει το φορτίο q που θα τοποθετηθεί στο σημείο Μ είναι:
$U_M = qV_M$ ή $\mathbf{U_M = 2{,}7\ J}$.
Σύμφωνα με τον ορισμό έχουμε: $W_{M\to\infty} = U_M$ ή $\mathbf{W_{M\to\infty} = 2{,}7\ J}$.