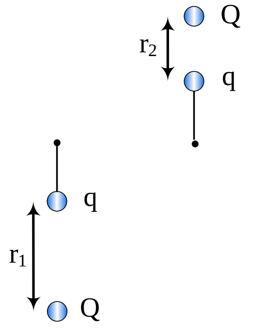
Λύσεις

1. Ένα σφαιρίδιο βάρους w = 0,03 N και φορτίου $q = –2·10^{–7}$ C, είναι δεμένο στο άκρο αβαρούς μονωτικού νήματος, το άλλο άκρου του οποίου είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο. Στην ίδια κατακόρυφο με το σφαιρίδιο και σε απόσταση r_1 = 60 cm, τοποθετούμε φορτίο $Q = 4·10^{–6}$ C, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα 1. Αν το φορτίο Q το τοποθετήσουμε στην ίδια κατακόρυφο με το σφαιρίδιο αλλά από πάνω από αυτό σε απόσταση r_2, (σχήμα 2) τότε η τάση του νήματος έχει το ίδιο μέτρο. Να βρείτε:



Σχήμα 1 Σχήμα 2

α. Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_1$ που ασκεί το Q στο q στην πρώτη περίπτωση

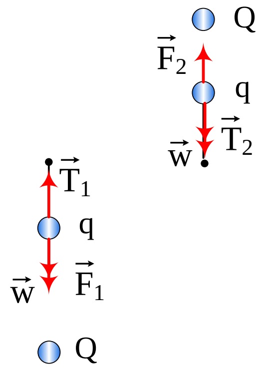
β. την τάση του νήματος

γ. την απόσταση r_2 που τοποθετούμε το φορτίο Q από το q στην δεύτερη περίπτωση.

Θεωρούμε το νήμα μη ελαστικό και η τιμή της τάσης του είναι μικρότερη από το όριο θραύσης του.

Δίνεται η σταθερά $k = 9·10^9$ N·m²/C².

Λύση



Σχήμα 1 Σχήμα 2

α. Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_1$ που ασκεί το φορτίο Q στο q δίνεται από τη σχέση:

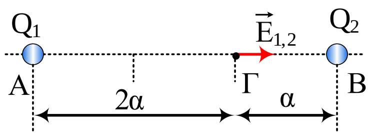
$$F_1 = \frac{k|Qq|}{r_1^2} \Rightarrow F_1 = \frac{9\cdot10^9\cdot4\cdot10^{-6}\cdot2\cdot10^{-7}}{36\cdot10^{-2}}\,\mathrm{N} \Rightarrow \mathbf{F_1 = 2\cdot10^{-2}\ N}.$$

β. Σύμφωνα με το σχήμα έχουμε: $\Sigma\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow T = F_1 + w \Rightarrow$ **$T = 5·10^{–2}$ N.**

γ. Στην νέα ισορροπία ισχύει: $\Sigma\vec{F} = \vec{0} \Rightarrow T + w = F_2 \Rightarrow$ **$F_2 = 8·10^{–2}$ N.**

$$F_2 = \frac{k|Qq|}{r_2^2} \Rightarrow r_2 = \sqrt{\frac{k|Qq|}{F_2}} \Rightarrow r_2 = \sqrt{\frac{9\cdot10^9\cdot4\cdot10^{-6}\cdot2\cdot10^{-7}}{8\cdot10^{-2}}}\,\mathrm{m} \Rightarrow \mathbf{r_2 = 3\cdot10^{-1}\ m}.$$

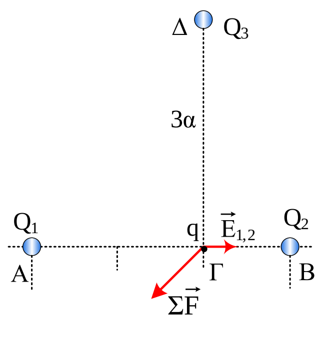
2. Πάνω στην ευθεία x′x σε σημείο Α τοποθετούμε σημειακό φορτίο Q_1 = 6 μC, ενώ σε σημείο Β της ίδιας ευθείας τοποθετούμε το σημειακό φορτίο Q_2. Τα δύο φορτία συγκρατούνται ακίνητα. Ανάμεσα στα δύο φορτία βρίσκεται σημείο Γ, που απέχει απόσταση α = 0,1 m από το σημείο Β και 2α από το σημείο Α, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο Γ, που οφείλετε στα δύο φορτία, είναι $E_{1,2} = 9·10^5$ N/C και κατεύθυνση προς το σημείο Β. Να βρείτε:



α. το μέτρο της έντασης $\vec{E}_1$ που δημιουργεί το φορτίο Q_1 στο σημείο Γ.

β. το είδος (αιτιολογώντας) και την ποσότητα του φορτίου Q_2.

Σε κατακόρυφη ευθεία στην x′x που την τέμνει στο σημείο Γ και πάνω από αυτή, τοποθετούμε σε σημείο Δ ένα ακόμη ακλόνητο φορτίο Q_3 σε απόσταση 3α από το σημείο Γ. Το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που θα δεχθεί φορτίο q = –2 nC, αν τοποθετηθεί στο σημείο Γ είναι $ΣF = 3·10^{–3}$ N, με κατεύθυνση όπως φαίνεται στο σχήμα.



γ. να βρείτε το μέτρο της έντασης $\vec{E}_3$, που δημιουργεί το φορτίο Q_3 στο σημείο Γ,

δ. το είδος (αιτιολογώντας) και την ποσότητα του φορτίου Q_3.

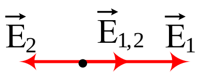
Δίνεται η σταθερά $k = 9·10^9$ N·m²/C². Θεωρούμε ότι το φορτίο q δεν επηρεάζει το πεδίο των άλλων φορτίων.

Λύση

α. Το μέτρο της έντασης που δημιουργεί το φορτίο Q_1 στο σημείο Γ είναι:

$$E_1 = \frac{k|Q_1|}{(2\alpha)^2} \Rightarrow E_1 = \frac{9\cdot10^9\cdot6\cdot10^{-6}}{4\cdot10^{-2}}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}} \Rightarrow \mathbf{E_1 = 13{,}5\cdot10^5\ N/C}.$$

β. Παρατηρούμε ότι η συνισταμένη ένταση στο σημείο Γ, έχει μέτρο μικρότερο της έντασης $\vec{E}_1$ που δημιουργεί μόνο του το φορτίο Q_1. Άρα το διάνυσμα της έντασης που δημιουργεί το



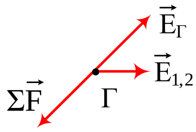
φορτίο Q_2 στο Γ θα έχει αντίρροπη φορά με τα $\vec{E}_1$ και $\vec{E}_{1,2}$, δηλαδή προς το Α, συνεπώς το φορτίο Q_2 είναι θετικό.

Ισχύει: $\vec{E}_{1,2} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \Rightarrow E_{1,2} = E_1 - E_2 \Rightarrow E_2 = E_1 - E_{1,2} \Rightarrow$ **$E_2 = 4,5\cdot 10^5$ N/C**.

Το φορτίο Q_2 είναι: $E_2 = \dfrac{k|Q_2|}{\alpha^2} \Rightarrow Q_2 = \dfrac{E_2 \cdot \alpha^2}{k} \Rightarrow Q_2 = \dfrac{4,5\cdot 10^5 \cdot 10^{-2}}{9\cdot 10^9} C \Rightarrow$ **$Q_2 = 0,5\cdot 10^{-6}$ C**.

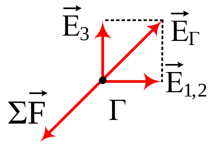
γ. Το μέτρο της συνισταμένης έντασης στο σημείο Γ που οφείλεται στα 3 φορτία είναι:

$$E_\Gamma = \frac{\Sigma F}{|q|} \Rightarrow E_\Gamma = \frac{3\cdot 10^{-3}}{2\cdot 10^{-9}} \frac{N}{C} \Rightarrow$$ **$E_\Gamma = 15\cdot 10^5$ N/C**.



Είτε το φορτίο Q_3 είναι θετικό είτε είναι αρνητικό το διάνυσμα της έντασης που προκαλεί, στο σημείο Γ θα είναι κάθετο στο διάνυσμα $\vec{E}_{1,2}$ συνεπώς για το μέτρο της $\vec{E}_\Gamma$ θα ισχύει:

$$E_\Gamma^2 = E_{1,2}^2 + E_3^2 \Rightarrow E_3 = \sqrt{E_\Gamma^2 - E_{1,2}^2} \Rightarrow E_3 = \sqrt{(15\cdot 10^5)^2 - (9\cdot 10^5)^2}\,\frac{N}{C} \Rightarrow$$ **$E_3 = 12\cdot 10^5$ N/C**.



δ. Το διάνυσμα της έντασης $\vec{E}_\Gamma$ θα έχει αντίθετη κατεύθυνση από το διάνυσμα της $\Sigma\vec{F}$ αφού το υπόθεμα q είναι αρνητικό. Για να έχει η ένταση $\vec{E}_\Gamma$ την κατεύθυνση του σχήματος θα πρέπει η ένταση που δημιουργεί το φορτίο Q_3 να έχει κατεύθυνση προς το Δ, άρα το Q_3 είναι αρνητικό φορτίο. Η τιμή του είναι:

$$E_3 = \frac{k|Q_3|}{(3\alpha)^2} \Rightarrow |Q_3| = \frac{E_3 \cdot 9\alpha^2}{k} \Rightarrow Q_3 = -\frac{12\cdot 10^5 \cdot 9 \cdot 10^{-2}}{9\cdot 10^9} C \Rightarrow$$ **$Q_3 = -12\cdot 10^{-6}$ C**.