Απαντήσεις

ΘΕΜΑ Α

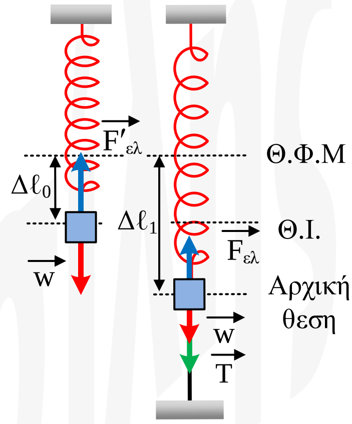
Α.1 β, **Α.2** γ, **Α.3** γ **Α.4.** δ **Α.5 α.** Λ, **β.** Σ, **γ.** Σ, **δ.** Σ, **ε.** Λ

ΘΕΜΑ Β

Β.1 Α. Σωστή απάντηση η **γ**.

Από την αρχική ισορροπία έχουμε:

$$\Sigma\vec{F}=0\Rightarrow F_{\varepsilon\lambda}=w+T\Rightarrow k\Delta\ell_1=mg+2mg\Rightarrow \Delta\ell_1=\frac{3mg}{k}$$



Όταν το σώμα ταλαντώνεται η Θ.Ι. είναι:

$$\Sigma\vec{F}=0\Rightarrow F'_{\varepsilon\lambda}=w\Rightarrow k\Delta\ell_0=mg\Rightarrow \Delta\ell_0=\frac{mg}{k}$$

Όταν κόβουμε το νήμα το σώμα δεν έχει ταχύτητα, άρα βρίσκεται σε άκρο και η αρχική απόσταση (παραμόρφωση) από την Θ.Ι. της ταλάντωσης αποτελεί το πλάτος της ταλάντωσης άρα: $A=\Delta\ell_1-\Delta\ell_0\Rightarrow \mathbf{A=\frac{2mg}{k}}$.

Β.1 Β. Σωστή απάντηση η **γ**.

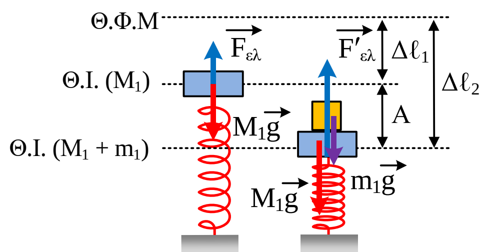
Επειδή $A>\Delta\ell_0$ το σώμα στην διάρκεια της ταλάντωσης του ξεπερνά το Φ.Μ. του ελατηρίου και συμπιέζει το ελατήριο κατά $\Delta\ell=A-\Delta\ell\Rightarrow\Delta\ell=\frac{mg}{k}$ έτσι έχουμε:

$$\frac{U_{\varepsilon\lambda}}{U}=\frac{\frac{1}{2}k\Delta\ell^2}{\frac{1}{2}kA^2}=\frac{\Delta\ell^2}{A^2}=\frac{\left(\frac{mg}{k}\right)^2}{\left(\frac{2mg}{k}\right)^2}\Rightarrow\mathbf{\frac{U_{\varepsilon\lambda}}{U}=\frac{1}{4}}$$

Β.2 Σωστή απάντηση είναι η **γ**.

Για την αρχική ισορροπία του δίσκου έχουμε:

$$\Sigma\vec{F}=0\Rightarrow F_{\varepsilon\lambda}=M_1g\Rightarrow k\Delta\ell_1=M_1g\Rightarrow\Delta\ell_1=\frac{M_1g}{k}$$



Όταν τοποθετούμε πάνω ένα σώμα, η θέση ισορροπίας της ταλάντωσης είναι:

$$\Sigma\vec{F}=0\Rightarrow F'_{\varepsilon\lambda}=M_1g+m_1g\Rightarrow k\Delta\ell_2=M_1g+m_1g\Rightarrow\Delta\ell_2=\frac{M_1g+m_1g}{k}$$

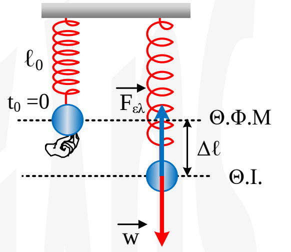
Την στιγμή που αφήνουμε πάνω στο δίσκο το σώμα η ταχύτητα είναι μηδέν, άρα

$$A=\Delta\ell_2-\Delta\ell_1=\frac{M_1g+m_1g}{k}=\frac{m_1g}{k}$$

Δηλαδή το πλάτος της ταλάντωσης εξαρτάται μόνο από το σώμα που τοποθετούμε πάνω άρα

$A_1 = \frac{2mg}{k}$ και $A_2 = \frac{mg}{k}$ απ' όπου προκύπτει **$A_1 = 2A_2$**.

Β.3 Α. Σωστή απάντηση είναι η **α**.



Εφόσον το σώμα ξεκινά την ταλάντωση από την θέση Φ.Μ. του ελατηρίου με μηδενική ταχύτητα, η θέση αυτή αποτελεί και το άκρο της ταλάντωσης, δηλαδή $\Delta\ell = A$

Στην Θ.Ι έχουμε: $\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow F_{ελ} = mg \Rightarrow k\Delta\ell = mg \Rightarrow \Delta\ell = \frac{mg}{k} = A$

Η ενέργεια που δαπανήσαμε για να διεγείρουμε το σύστημα σε ταλάντωση είναι ίση με την ενέργεια της ταλάντωσης. $E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}k\frac{m^2g^2}{k^2} \Rightarrow E = \frac{m^2g^2}{2k}$

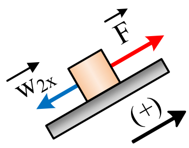
Β.3 Α. Σωστή απάντηση είναι η **β**.
Η μέγιστη παραμόρφωση του ελατηρίου είναι $\Delta\ell_{max} = \Delta\ell + A = 2A$.

Για τον λόγο έχουμε: $\frac{U_{ελ,max}}{U_{max}} = \frac{\frac{1}{2}k\Delta\ell^2_{max}}{\frac{1}{2}kA^2} = \frac{4A^2}{A^2} \Rightarrow \mathbf{\frac{U_{ελ,max}}{U_{max}} = 4}$

ΘΕΜΑ Γ

α. Για την ταλάντωση των δύο σωμάτων ισχύει $k = D = (m_1 + m_2)\omega^2 \Rightarrow \omega = 5$ rad/s

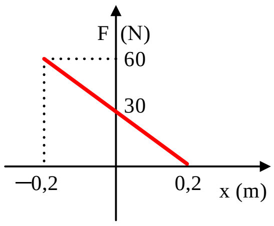
Για κάθε σώμα θα έχουμε $D_1 = m_1\omega^2 \Rightarrow$ **$D_1 = 50$ N/m** και $D_2 = k - D_1 \Rightarrow$ **$D_2 = 150$ N/m**.



β. Σε μία τυχαία θέση της ταλάντωσης για το Σ_2 ισχύει

$\Sigma\vec{F}_2 = m_2\vec{a} \Rightarrow F - w_{2x} = m_2(-\omega^2 x) \Rightarrow \mathbf{F = 30 - 150x\ (S.I.)}$

γ. Για να παραστήσουμε γραφικά την δύναμη που βρήκαμε παραπάνω θα πρέπει να βρούμε το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος των δύο μαζών.



Για να μην χάνει την επαφή το Σ_2 με το Σ_1 θα πρέπει $F \geq 0 \Rightarrow x \leq 0{,}2$ m.

Άρα $A = 0{,}2$ m.

Έτσι λοιπόν έχουμε: Για $x = 0{,}2$ m $\rightarrow F = 0$ και για $x = -0{,}2$ m $\rightarrow F = 60$ N.

Η γραφική παράσταση φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

δ. Σύμφωνα με την θετική φορά προκύπτει ότι για $t = 0$, έχουμε:

$x = -A \Rightarrow A\eta\mu\varphi_0 = -A \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = -1 \Rightarrow \varphi_0 = 3\pi/2$ rad

Άρα $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow \mathbf{x = 0{,}2\eta\mu(5t + \frac{3\pi}{2})\ (S.I.)}$

ε. Μέγιστη δυναμική αποθηκεύεται στο ελατήριο όταν έχουμε μέγιστη παραμόρφωση δηλαδή:

$\Delta\ell_{max} = \Delta\ell + A$ όπου $\Delta\ell$ η παραμόρφωση που έχει το ελατήριο όταν βρίσκεται στην Θ.Ι.

$\Sigma\vec{F}_{εξ} = 0 \Rightarrow F_{ελ} = w_{1x} + w_{2x} \Rightarrow \Delta\ell = \frac{(m_1 + m_2)g\eta\mu\varphi}{k} \Rightarrow \Delta\ell = 0{,}2\,m$

Άρα: $U_{ελ,max} = \frac{1}{2}k(\Delta\ell + A)^2 \Rightarrow \mathbf{U_{ελ,max} = 16\,J}$

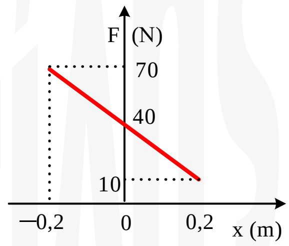
ΘΕΜΑ Δ

α. Τα δύο σώματα ταλαντώνονται μαζί οπότε ισχύει $k = D = (m_1 + m_2)\omega^2 \Rightarrow \omega = 5$ rad/s.

β. Για το $Σ_2$ ισχύει: $\Sigma\vec{F}_2 = m_2\alpha \Rightarrow T - m_2 g = -m_2\omega^2 x \Rightarrow \mathbf{T = 40 - 100x}$ (S.I.) για $-0{,}3\ m \le x \le 0{,}3$ m.

Οπότε για $x = -0{,}3$ m, έχουμε $T = 70$ N και για $x = 0{,}3$ m, έχουμε $T = 10$ N.

Το σχήμα φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



γ. Για να παραμένει το νήμα συνεχώς τεντωμένο θα πρέπει να ισχύει

$T \ge 0 \Rightarrow x \le 0{,}4$ m.

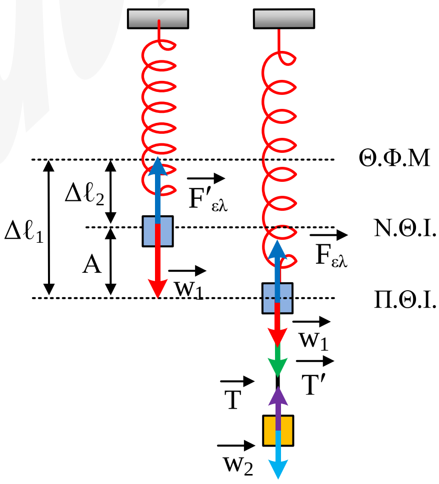
Αφού αρχικά προκαλέσαμε παραμόρφωση $d = 0{,}3$ m και ως τα 0,4 m το νήμα δεν χαλαρώνει μπορούμε να προκαλέσουμε μέγιστη επιπλέον παραμόρφωση $\mathbf{d_{max} = 0{,}1\ m}$.

δ. Από την αρχική ισορροπία των σωμάτων έχουμε

$$\Sigma\vec{F}_{εξ} = 0 \Rightarrow F_{ελ} = w_1 + w_2 \Rightarrow \Delta\ell_1 = \frac{(m_1+m_2)g}{k'} \Rightarrow \Delta\ell_1 = \frac{2}{3}m$$

Για την Θ.Ι. της ταλάντωσης του $Σ_1$ ισχύει:

$$\Sigma\vec{F}_{εξ} = 0 \Rightarrow F'_{ελ} = w_1 \Rightarrow \Delta\ell_2 = \frac{m_1 g}{k'} \Rightarrow \Delta\ell_2 = \frac{2}{5}m$$



Την στιγμή που κόβουμε το νήμα η ταχύτητα είναι μηδέν, άρα η Θ.Ι. των δύο σωμάτων αποτελεί άκρο για την μετέπειτα ταλάντωση του $Σ_1$.

Συνεπώς $A = \Delta\ell_1 - \Delta\ell_2 = \frac{2}{3}m - \frac{2}{5}m \Rightarrow \mathbf{A = \frac{4}{15}m}$.

ε. Το $Σ_1$ ακινητοποιείται για πρώτη φορά όταν φτάσει στο πάνω άκρο της ταλάντωσης του, ο δε χρόνος που χρειάζεται είναι $\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k'}}}{2} = \pi\sqrt{\frac{6}{150}}s \Rightarrow \Delta t = \frac{\pi}{5}s$

Στο ίδιο χρονικό διάστημα το $Σ_2$ έχει διανύσει απόσταση $h = \frac{1}{2}g\Delta t^2 \Rightarrow h = \frac{1}{2}\cdot 10\cdot\frac{\pi^2}{25} \Rightarrow \mathbf{h = 2m}$

Στο ίδιο χρονικό διάστημα το $Σ_1$ έχει διανύσει απόσταση $s_1 = 2A$, έτσι η μεταξύ τους απόσταση θα είναι:

$d = 2A + h + \ell \Rightarrow d = \frac{8}{15}m + 2m + \frac{1}{15}m \Rightarrow \mathbf{d = 2{,}6m}$.