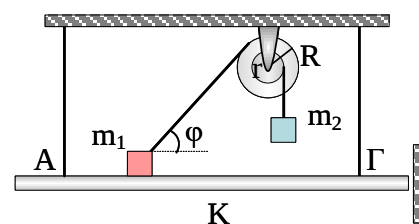


Αλληλεπιδράσεις και ισορροπίες.

Στο διπλανό σχήμα η λεπτή ομογενής σανίδα έχει μήκος ℓ και μάζα $M = 1,5 \text{ kg}$, ενώ η απόσταση μεταξύ των δύο κατακόρυφων σχοινιών που την συγκρατούν, είναι d . Πάνω στη σανίδα βρίσκεται ακίνητο σώμα μάζας $m_1 = 1,2 \text{ kg}$, που μέσω νήματος συγκρατεί με την βοήθεια της διπλής



τροχαλίας το σώμα μάζας $m_2 = 2 \text{ kg}$. Η απόσταση του σημείου πρόσδεσης A από το σώμα m_1 είναι ίση με $d/4$, ενώ η γωνία που σχηματίζει το νήμα που το συνδέει με την τροχαλία είναι φ ($\sin \varphi = 0,8$, $\cos \varphi = 0,6$). Εφαπτομενικά με την σανίδα βρίσκεται λείος κατακόρυφος τοίχος που αποτρέπει την σανίδα να κινηθεί προς τα δεξιά. Η μάζα της διπλής τροχαλίας είναι $m_3 = 1,4 \text{ kg}$ και ακτίνες των τροχαλιών συνδέονται με την σχέση $R = 2r$. Να βρείτε:

- α. την δύναμη που ασκεί ο άξονας στην διπλή τροχαλία.
- β. το μέτρο της δύναμης που δέχεται η σανίδα από το σώμα m_1 .
- γ. τα μέτρα των τάσεων των δύο κατακόρυφων σχοινιών που συγκρατούν την σανίδα
- δ. τον ελάχιστο συντελεστή στατικής τριβής μεταξύ σανίδας και m_1 ώστε αυτό να παραμένει ακίνητο.

Δίνεται ότι όλα τα νήματα είναι αβαρή και για τις πράξεις $g = 10 \text{ m/s}^2$.

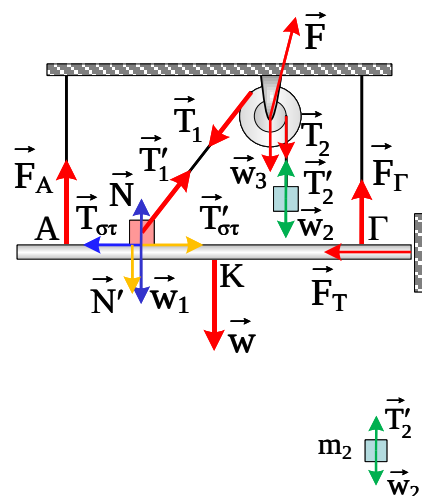
Λύση

- α. Στο διπλανό σχήμα βλέπουμε όλες τις δυνάμεις που δέχονται η σανίδα, η τροχαλία, και τα σώματα m_1 και m_2 .

Από κάτω ακολουθεί το διάγραμμα του ελεύθερου σώματος με τις δυνάμεις που δέχεται το καθένα.

Το σώμα μάζας m_2 ισορροπεί άρα: $\Sigma \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow T'_2 = w_2 = m_2 g \Rightarrow T'_2 = 20 \text{ N}$

Το νήμα είναι αβαρές άρα ισχύει: $T_2 = T'_2 = 20 \text{ N}$



Η τροχαλία δεν στρέφεται άρα ως προς το κέντρο της Κ ισχύει:

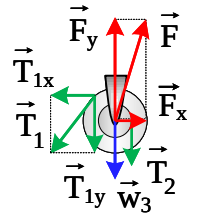
$$\Sigma \vec{\tau} = \vec{0} \Rightarrow T_1 R - T_2 r = 0 \Rightarrow T_1 2r = T_2 r \Rightarrow T_1 = \frac{T_2}{2} \Rightarrow \mathbf{T_1 = 10\,N}$$

Αναλύουμε την $\vec{T}_1$ σε δύο συνιστώσες, τις $\vec{T}_{1x}$, $\vec{T}_{1y}$ και από την ισορροπία των δυνάμεων έχουμε:

$$\Sigma \vec{F}_x = \vec{0} \Rightarrow F_x = T_{1x} = T_1 \sin \varphi \Rightarrow \mathbf{F_x = 8\,N}$$

$$\text{Ομοίως } \Sigma \vec{F}_y = \vec{0} \Rightarrow F_y = T_{1y} + T_2 + w_3 = T_1 \eta \mu \varphi + T_2 + m_3 g \Rightarrow \mathbf{F_y = 40\,N}$$

$$\text{Τελικά έχουμε } F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \Rightarrow F = \sqrt{40^2 + 8^2} \text{ N} \Rightarrow F = 8\sqrt{5^2 + 1} \text{ N} \Rightarrow \mathbf{F = 8\sqrt{26}\,N} \text{ και } \varepsilon \varphi \theta = \frac{F_y}{F_x} \Rightarrow \mathbf{\varepsilon \varphi \theta = 5}$$



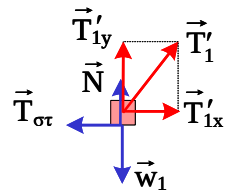
β. Για το σώμα μάζας m_1 ισχύει: $T_1 = T'_1 = 10\,N$

$$\text{Από την ισορροπία του έχουμε: } \Sigma \vec{F}_x = \vec{0} \Rightarrow T_{\sigma\tau} = T'_{1x} = T'_1 \sin \varphi \Rightarrow \mathbf{T_{\sigma\tau} = 8\,N}$$

$$\text{Επίσης } \Sigma \vec{F}_y = \vec{0} \Rightarrow N + T'_{1y} = w_1 \Rightarrow N = m_1 g - T'_1 \eta \mu \varphi \Rightarrow \mathbf{N = 6\,N}$$

Η δύναμη που δέχεται το σώμα μάζας m_1 από την σανίδα είναι:

$$F_B = \sqrt{T_{\sigma\tau}^2 + N^2} \Rightarrow \mathbf{F_B = 10\,N}$$



και ασκεί στην σανίδα μία δύναμη ίσου μέτρου και αντιθέτου φοράς δηλαδή:

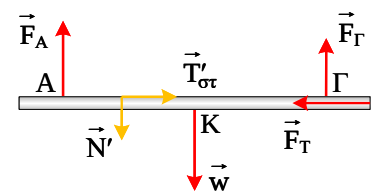
$$\vec{F}'_B = -\vec{F}_B \Rightarrow F'_B = F_B \Rightarrow \mathbf{F'_B = 10\,N}$$

γ. Η σανίδα ισορροπεί άρα η συνισταμένη ροπή ως προς οποιοδήποτε σημείο είναι ίση με το μηδέν.

$$\text{Από δράσεις αντιδράσεις έχουμε: } \mathbf{N = N' = 6\,N} \text{ και } \mathbf{T_{\sigma\tau} = T'_{\sigma\tau} = 8\,N}$$

$$\Sigma \tau_{(A)} = 0 \Rightarrow F_I d - N' \frac{d}{4} - w \frac{d}{2} = 0 \Rightarrow F_I = \frac{N'}{4} + \frac{w}{2} \Rightarrow \mathbf{F_I = 9\,N}$$

$$\text{Επίσης } \Sigma \vec{F}_y = \vec{0} \Rightarrow F_A + F_I = N' + w \Rightarrow F_A = N' + Mg - F_I \Rightarrow \mathbf{F_A = 12\,N}$$



δ. Για να μην ολισθαίνει το σώμα μάζας m_1 πάνω στην σανίδα θα πρέπει να ισχύει:

$$T_{\sigma\tau} \leq \mu N \Rightarrow \mu \geq \frac{4}{3} \Rightarrow \mu_{\min} = \frac{4}{3}$$