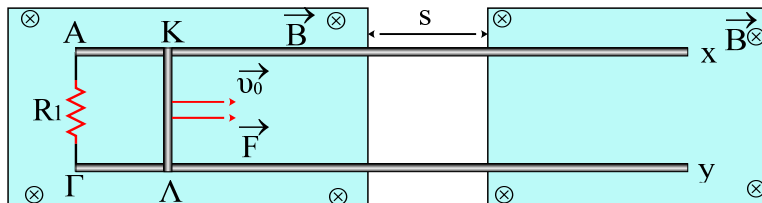


ΕΠΙΤΑΧΥΝΟΜΕΝΗ ΚΑΙ ΕΠΙΒΡΑΔΥΝΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΗ ΑΓΩΓΟΥ ΣΕ Ο.Μ.Π.

Ο αγωγός ΚΛ με μάζα $m = 0,2 \text{ kg}$ αντίστασης $R_2 = 1 \text{ } \Omega$ και μήκος $\ell = 1 \text{ m}$, τη χρονική στιγμή $t = 0$ εκτοξεύεται με αρχική οριζόντια ταχύτητα μέτρου $v_0 = 4 \text{ m/s}$ πάνω σε αγωγίμους ευθύγραμμους αγωγούς μεγάλου



μήκους και αμελητέας αντίστασης, μένοντας συνεχώς σε επαφή με αυτούς. Οι δύο αυτοί αγωγοί Αx και Γy συνδέονται με αντιστάτη αντίστασης $R_1 = 4 \text{ } \Omega$. Το όλο σύστημα βρίσκεται μέσα σε κατακόρυφο ομογενές (κατά τμήματα) μαγνητικό πεδίο έντασης μέτρου $B = 1 \text{ T}$ το οποίο διακόπτεται σε κάποιο σημείο κατά μήκος των αγωγών Αx και Γy για διάστημα $s = 2,2 \text{ m}$. Στον αγωγό με την εκτόξευση του ασκούμε και σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 2 \text{ N}$ όπως φαίνεται στο σχήμα.

α. τι κίνηση θα κάνει ο αγωγός ΚΛ μετά την χρονική στιγμή $t = 0$; αιτιολογήστε την απάντησή σας.

β. ποια η οριακή ταχύτητα που θα αποκτήσει ο αγωγός;

γ. ποια η τάση $V_{ΚΛ}$ του αγωγού τη στιγμή που ξαναμπαίνει στο πεδίο;

δ. τι κίνηση θα κάνει ο αγωγός όταν ξαναμπαίνει στο μαγνητικό πεδίο; αιτιολογήστε την απάντησή σας.

ε. μετά την είσοδο του αγωγού στο πεδίο κάποια στιγμή η δύναμη $\vec{F}$ καταργείται έχοντας διανύσει συνολικά απόσταση $d = 9,2 \text{ m}$. Ποιο το ποσό θερμότητας που εκλύεται από τον αντιστάτη R_1 στο περιβάλλον όταν ο αγωγός ΚΛ πάψει να κινείται;

Θεωρήστε ότι ο αγωγός αποκτά την μέγιστη ταχύτητα πριν βγει από το πρώτο πεδίο και ότι το δεύτερο πεδίο έχει αρκετό μήκος ώστε να ηρεμήσει ο αγωγός ΚΛ πριν βγει απ' αυτό.

Λύση

α. Την χρονική στιγμή $t = 0$ που εκτοξεύουμε τον αγωγό το ρεύμα είναι $I_0 = \frac{Bv_0\ell}{R_1 + R_2} \Rightarrow I_0 = \frac{1 \cdot 4 \cdot 1}{5} \Rightarrow I_0 = 0,8 \text{ A}$

και η δύναμη Laplace είναι: $F_{L,0} = BI_0\ell \Rightarrow F_{L,0} = 1 \cdot 0,8 \cdot 1 \Rightarrow F_{L,0} = 0,8 \text{ N}$. Επειδή $F > F_{L,0}$ η κίνηση θα είναι επιταχυνόμενη.

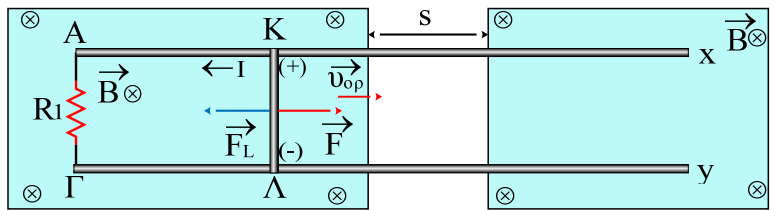
Θεωρώντας τη φορά προς τα δεξιά ως θετική έχουμε:

$$\Sigma F = ma \Rightarrow F - F_L = ma \Rightarrow \alpha = \frac{F - BI\ell}{m} \Rightarrow \alpha = \frac{F - B \frac{Bv\ell}{R_{\text{ολ}}}}{m} \Rightarrow \alpha = \frac{F - \frac{B^2 v \ell^2}{R_{\text{ολ}}}}{m}$$

Δηλαδή βλέπουμε ότι καθώς αυξάνεται η ταχύτητα μειώνεται η επιτάχυνση.

Άρα τελικά επιταχυνόμενη κίνηση με συνεχώς ελαττούμενη επιτάχυνση.

β. Όπως είδαμε πιο πάνω η επιτάχυνση συνεχώς ελαττώνεται οπότε κάποια στιγμή θα γίνει μηδέν και μετά ο αγωγός θα κινείται με σταθερή ταχύτητα.



$$\alpha = 0 \Rightarrow F - \frac{B^2 v_{op} \ell^2}{R_{ol}} = 0 \Rightarrow v_{op} = \frac{F R_{ol}}{B^2 \ell^2} \Rightarrow v_{op} = \frac{2 \cdot 5}{1 \cdot 1} \Rightarrow v_{op} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

γ. Την στιγμή που ο αγωγός ΚΛ εξέρχεται από το πεδίο και έως να ξαναμπεί σ' αυτό δεν "σαρώνει" δυναμικές γραμμές άρα δεν έχουμε επαγόμενη ΗΕΔ. Η μόνη δύναμη που ασκείται τώρα στον αγωγό είναι η $\vec{F}$ και η κίνηση θα είναι ομαλά επιταχυνόμενη.

Εφαρμόζω Θ.Μ.Κ.Ε. για την κίνηση του αγωγού εκτός πεδίου

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = \Sigma W \Rightarrow \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_{op}^2 = F \cdot s \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2F \cdot s}{m} + v_{op}^2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot 2 \cdot 2,2}{0,2} + 100} \Rightarrow v_2 = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Μόλις ο αγωγός ξαναμπεί στο πεδίο θα εμφανιστεί ξανά ΗΕΔ με μέτρο:

$$E_{\varepsilon\pi,(2)} = B v_2 \ell = 1 \cdot 12 \cdot 1 \Rightarrow E_{\varepsilon\pi,(2)} = 12 \text{ V} \text{ και το ρεύμα θα είναι } I_2 = \frac{E_{\varepsilon\pi,(2)}}{R_{ol}} = \frac{12}{5} \Rightarrow I_2 = 2,4 \text{ A}$$

Την τάση $V_{K\Lambda}$ μπορούμε να την βρούμε με δύο τρόπους:

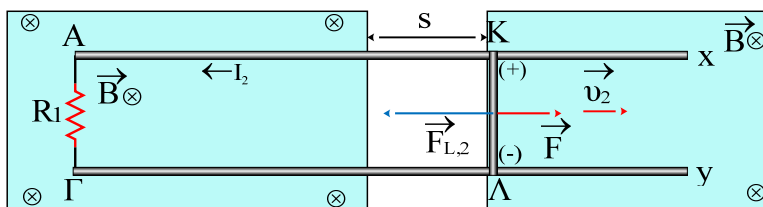
$$V_{K\Lambda} = I_2 R_2 = 2,4 \cdot 4 \Rightarrow V_{K\Lambda} = 9,6 \text{ V} \text{ ή } V_{K\Lambda} = E_{\varepsilon\pi,(2)} - I_2 R_1 = 12 - 2,4 \cdot 1 \Rightarrow V_{K\Lambda} = 9,6 \text{ V}.$$

Σημείωση: Την ταχύτητα $\vec{v}_2$ μπορούμε να την βρούμε και με χρήση δυναμικής:

$$\text{Η επιτάχυνση είναι } \alpha = \frac{F}{m} = \frac{2}{0,2} \Rightarrow \alpha = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ και ισχύει } s = v_{op} \Delta t + \frac{1}{2} \alpha \Delta t^2 \Rightarrow 2,2 = 10 \Delta t + 5 \Delta t^2$$

που δεκτή λύση είναι $\Delta t = 0,2 \text{ s}$ οπότε για την ταχύτητα έχουμε: $v_2 = v_{op} + \alpha \cdot \Delta t \Rightarrow v_2 = 12 \text{ m/s}$.

δ. Τη στιγμή που ο αγωγός ξαναμβαίνει στο πεδίο η δύναμη Laplace είναι $F_{L,2} = B I_2 \ell = 1 \cdot 2,4 \cdot 1 \Rightarrow F_{L,2} = 2,4 \text{ N}$ δηλαδή ισχύει $F_{L,2} > F$ οπότε $\Sigma F = F - F_{L,2} < 0$



Επειδή η συνισταμένη δύναμη έχει φορά αντίθετη της ταχύτητας άρα ο αγωγός θα επιβραδυνθεί.

Η επιτάχυνση δίνεται από τη σχέση:

$$\Sigma F = m \alpha \Rightarrow F - F_L = m \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{F - B I \ell}{m} \Rightarrow \alpha = \frac{F - B \frac{B v \ell}{R_{ol}} \ell}{m} \Rightarrow \alpha = \frac{F - \frac{B^2 v \ell^2}{R_{ol}}}{m} < 0 \quad (1)$$

από την παραπάνω σχέση βλέπουμε ότι καθώς η ταχύτητα μειώνεται, μειώνεται και το μέτρο της επιβράδυνσης και κάποια στιγμή θα έχουμε $\mathbf{a} = \mathbf{0}$.

Άρα η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη με μέτρο επιβράδυνσης συνεχώς ελαττούμενο.

Από τη σχέση (1) προκύπτει ότι ο αγωγός θα αποκτήσει ξανά οριακή ταχύτητα μέτρου $\mathbf{v_{op}} = \mathbf{10\ m/s}$

ε. Εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε από τη στιγμή της εκτόξευσης μέχρι που ο αγωγός ΚΛ ηρεμεί:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = \Sigma W \Rightarrow 0 - \frac{1}{2}mv_0^2 = W_F + W_{F_L} \Rightarrow -\frac{1}{2}mv_0^2 - F \cdot d = W_{F_L} \Rightarrow -\frac{1}{2}0,2 \cdot 16 - 2 \cdot 9,2 = W_{F_L} \Rightarrow \mathbf{W_{F_L} = -20\ J}$$

Άρα έχουμε $Q_{\text{ολ}} = |W_{F_L}| \Rightarrow \mathbf{Q_{ολ} = 20\ J}$