ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

Πεδίο, ονομάζεται μια περιοχή του χώρου, όπου σε κάθε σημείο της ένα ορισμένο φυσικό μέγεθος παίρνει καθορισμένη τιμή.

Ηλεκτρικό πεδίο

Ηλεκτρικό πεδίο ονομάζεται ο χώρος, που σε κάθε σημείο αν φέρουμε ένα ηλεκτρικό φορτίο, θα ασκηθεί πάνω του ηλεκτροστατική δύναμη.

Το φορτίο που δημιουργεί το πεδίο ονομάζεται **«πηγή»**, ενώ το φορτίο που ανιχνεύουμε το πεδίο ονομάζεται **«υπόθεμα»**.

Το υπόθεμα στο ηλεκτρικό πεδίο είναι το **θετικό φορτίο (+q).**

Χαρακτηριστικά μεγέθη Ηλεκτρικού πεδίου

Η ένταση $\vec{E}$

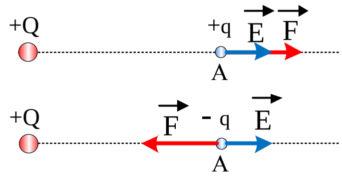
Έστω ένα ακίνητο φορτίο +Q και φορτίο +q σε σημείο Α. Γύρω από το φορτίο +Q δημιουργείται ηλεκτρικό πεδίο. Η ένταση του πεδίου στο σημείο Α, που δημιουργείται το φορτίο +Q, ορίζεται ως εξής:

Ένταση, σε ένα σημείο ηλεκτρικού πεδίου, ονομάζεται το φυσικό διανυσματικό μέγεθος, που έχει σημείο εφαρμογής το σημείο που τοποθετούμε το δοκιμαστικό ηλεκτρικό φορτίο +q (υπόθεμα), φορά, τη φορά της ηλεκτροστατικής δύναμης και μέτρο, το πηλίκο της δύναμης, που ασκείται στο φορτίο +q προς το φορτίο αυτό. Δηλαδή: $E = \frac{F}{q}$

Ηλεκτροστατικό πεδίο Coulomb

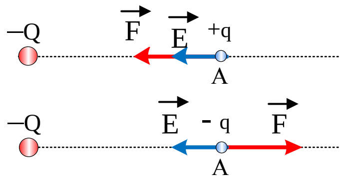
Ηλεκτροστατικό πεδίο Coulomb ονομάζουμε το πεδίο που δημιουργείται από ένα ακίνητο σημειακό φορτίο Q.

Ένταση ηλεκτρικού (ηλεκτροστατικού) πεδίου



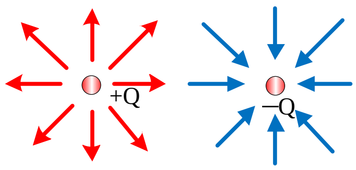
Από τη μελέτη της έντασης προκύπτει ότι κάθε σημείο του ηλεκτρικού πεδίου έχει μια χαρακτηριστική ιδιότητα, δηλαδή το πηλίκο της δύναμης που ασκείται στο υπόθεμα προς το φορτίο του υποθέματος, είναι **σταθερό,** ανεξάρτητο του χρόνου (στατικό) και ανεξάρτητο του υποθέματος +q. Εξαρτάται μόνο από την πηγή και την θέση.

Παρατηρήσεις:



1. Η ένταση περιγράφει δυναμικά το πεδίο, αφού αν γνωρίζουμε την ένταση σε ένα σημείο του πεδίου και το υπόθεμα, μπορούμε να υπολογίσουμε το μέτρο της δύναμης που δέχεται, αυτό από τη σχέση $\mathbf{F = q \cdot E}$.

2. Η ένταση ξεκινάει από θετικές πηγές και καταλήγει σε **αρνητικές πηγές**



3. Η ένταση αναφέρεται σε σημείο και όχι σε φορτίο ο δε σχεδιασμός της γίνεται με ένα βέλος που ξεκινά από το συγκεκριμένο σημείο με κατεύθυνση της αιχμής αντίθετα από το φορτίο αν το φορτίο-πηγή είναι θετικό ενώ θα έχει κατεύθυνση προς το φορτίο-πηγή αν αυτό είναι αρνητικό

Υπολογισμός της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου σημειακού φορτίου

Η ένταση μπορεί να εκφραστεί σε συνάρτηση με την απόσταση από την πηγή. Αν το σημείο Α απέχει από το φορτίο +Q απόσταση r, τότε το φορτίο +q δέχεται δύναμη μέτρου: $F = \dfrac{k|qQ|}{r^2}$ (1),

αλλά $E = \dfrac{F}{q}$ (2),οπότε η (2) λόγω (1): $E = \dfrac{k|Q|}{r^2}$ (3)

Παρατήρηση: Η σχέση (2) **είναι πιο γενική** από τη σχέση (3) γιατί ορίζεται **για κάθε πεδίο** ανομοιογενές-ομογενές ενώ η σχέση (3) **ισχύει μόνο για σημειακά φορτία-πηγές**

Ένταση Ηλεκτρικού πεδίου σημειακού φορτίου σε συνάρτηση της απόστασης

Από την τελευταία σχέση προκύπτει ότι η ένταση εξαρτάται:

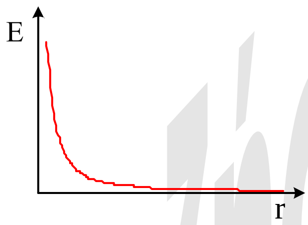
1. Από το **φορτίο,** που δημιουργεί το πεδίο

2. Από την **απόσταση** του σημείου από την πηγή. Για $r \to \infty$ το $E \to 0$

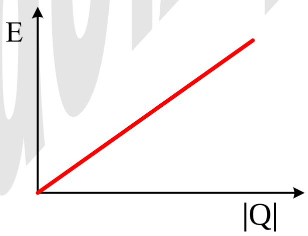
3. Η μορφή της $E = f(r)$ είναι όμοια με αυτή της δύναμης $F = f(r)$.

Μονάδα έντασης στο S.I. είναι: το **1 N/C**, και μία ισοδύναμη το **1 V/m**.

Γραφικές παραστάσεις της έντασης σε σχέση με την απόσταση και του μέτρου του φορτίου.



Ένταση - απόσταση



Ένταση – απόλυτη τιμή φορτίο

Δυναμικές γραμμές

Ηλεκτρική δυναμική γραμμή ενός ηλεκτρικού πεδίου, ορίζεται η νοητή γραμμή της οποίας η εφαπτομένη σε κάθε σημείο, συμπίπτει με την ένταση του πεδίου στο αντίστοιχο σημείο.

Ιδιότητες των δυναμικών γραμμών

Οι δυναμικές γραμμές έχουν τις παρακάτω ιδιότητες:

1. Είτε απομακρύνονται από τα θετικά φορτία και κατευθύνονται προς τα αρνητικά, είτε κατευθύνονται προς το άπειρο, επομένως είναι ανοικτές.

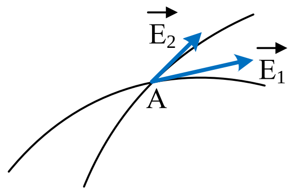
2. Η ένταση του πεδίου έχει μεγαλύτερο μέτρο στις περιοχές του χώρου, όπου είναι πιο πυκνές.

3. Δεν τέμνονται.

Παρατήρηση: Αν οι δυναμικές γραμμές είναι **παράλληλες και ισαπέχουν,** τότε **το πεδίο είναι ομογενές,** διαφορετικά **ανομοιογενές.**

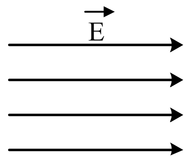
Για ποιο λόγο οι δυναμικές γραμμές δεν τέμνονται.

Έστω ότι δύο δυναμικές γραμμές τέμνονται, όπως φαίνεται στο σχήμα, στο σημείο Α. Τότε στο σημείο Α θα υπάρχει μία ένταση $\vec{E}_1$ που θα εφάπτεται στην πρώτη δυναμική γραμμή και μία ένταση $\vec{E}_2$ που θα εφάπτεται στη δεύτερη δυναμική γραμμή. Αυτό όμως δεν μπορεί να συμβαίνει, γιατί σε ένα σημείο ενός ηλεκτρικού πεδίου ορίζεται μία ένταση. Επομένως είναι αδύνατον δύο δυναμικές γραμμές να τέμνονται.



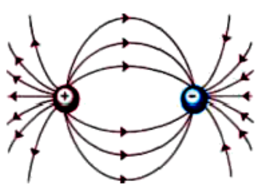
Ομογενές ηλεκτρικό πεδίο.

Ομογενές ηλεκτρικό πεδίο ονομάζουμε το πεδίο όπου η ένταση είναι σταθερή (μέτρο και κατεύθυνση). Για να συμβεί αυτό θα πρέπει οι δυναμικές γραμμές να είναι παράλληλες και ισαπέχουσες όπως είπαμε πιο πάνω. Ένα τέτοιο πεδίο απεικονίζεται στο διπλανό σχήμα.

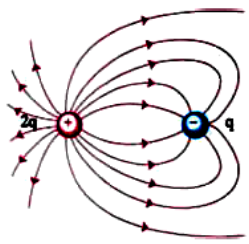


Ανομοιογενές ηλεκτρικό πεδίο με δύο ομώνυμα και δύο ετερώνυμα φορτία.

Τα δύο είδη πεδίων φαίνονται στα παρακάτω σχήματα.



Δύο ίσα κατ’ απόλυτη τιμή ετερώνυμα φορτία



Δύο άνισα κατ’ απόλυτη τιμή ετερώνυμα φορτία

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΛΥΣΗ ΤΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Υπολογισμός της έντασης σε ένα σημείο ενός ηλεκτρικού πεδίου.

ΑΠΛΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΣΧΕΣΗΣ $E = k\frac{|Q|}{r^2}$

Όταν εφαρμόζουμε τη σχέση $E = k\frac{|Q|}{r^2}$, πρέπει να λαμβάνουμε υπόψη:

1. Το φορτίο Q το αντικαθιστούμε αφού το μετατρέψουμε σε C.

2. Η απόσταση r αντικαθίσταται αφού μετατραπεί σε m.

3. Προσοχή! Το είδος του ηλεκτρικού φορτίου Q δεν επηρεάζει το αποτέλεσμα για το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου σε ένα σημείο του αλλά μόνο για την κατεύθυνση της έντασης στο σημείο αυτό. Για να βρούμε την κατεύθυνση της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο που μας ενδιαφέρει, φέρνουμε υποθετικά στη θέση αυτή ένα φορτίο +q και σχεδιάζουμε τη δύναμη που θα του ασκούνταν από το φορτίο Q. Η κατεύθυνση της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο αυτό θα είναι ίδια με την κατεύθυνση της δύναμης που ασκείται στο υποθετικό φορτίο +q που φέραμε στο σημείο αυτό.

Σημαντικό! Αν γνωρίζετε την ένταση σε ένα σημείο ενός ηλεκτρικού πεδίου, μπορούμε χρησιμοποιώντας τη σχέση $E = \frac{F}{|q|}$ να υπολογίσετε εύκολα το μέτρο της ηλεκτρικής δύναμης F που δέχεται ένα σημειακό φορτίο q το οποίο τοποθετείται στο σημείο αυτό. Θα είναι: $F = E|q|$

Παράδειγμα 1. Ένα ακίνητο σημειακό φορτίο Q = –5 μC δημιουργεί γύρω του ηλεκτρικό πεδίο. Να υπολογίσετε:

α. Την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου σε σημείο Α που απέχει απόσταση 50 cm από το φορτίο Q.

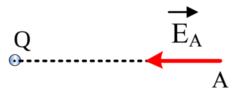
β. Σε πόση απόσταση από το φορτίο Q η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου έχει μέτρο $0{,}2\cdot10^5$ N/C.

γ. Πόση δύναμη δέχεται ένα φορτίο q = –1 μC όταν τοποθετηθεί στο σημείο Α;

Δίνεται: $k = 9\cdot10^9\ N\cdot m^2/C^2$.

Λύση

α. Αρχικά μετατρέπουμε όλες τις μονάδες στο S.I. Είναι:



$Q = -5\ \mu C = -5\cdot 10^{-6}\ C$ και $r = 50\ cm = 50\cdot 10^{-2}\ m = 5\cdot 10^{-1}\ m$.

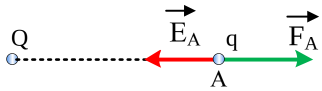
Το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο Α είναι:

$$E_A = \frac{k|Q|}{r^2} \Rightarrow E_A = \frac{9\cdot 10^9 \cdot 5\cdot 10^{-6}}{25\cdot 10^{-2}} \Rightarrow \mathbf{E_A = 1,8\cdot 10^5\ N/C}$$

β. Η απόσταση r_2 του σημείου Β από το φορτίο Q, στο οποίο το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου είναι $E_B = 0,2\cdot 10^5$ N/C, είναι:

$$E_B = \frac{k|Q|}{r_2^2} \Rightarrow r_2 = \sqrt{\frac{k|Q|}{E_B}} \Rightarrow r_2 = \sqrt{\frac{9\cdot 10^9 \cdot 5\cdot 10^{-6}}{0,2\cdot 10^5}} \Rightarrow r_2 = \sqrt{225\cdot 10^{-2}} \Rightarrow \mathbf{r_2 = 15\cdot 10^{-1}\ m = 1,5\ m}.$$

γ. Η δύναμη που δέχεται το φορτίο $q = -1\ \mu C = -2\cdot 10^{-6}$ C που τοποθετείται στο σημείο Α είναι απωστική. Το μέτρο της είναι:



$$E_A = \frac{F_A}{|q|} \Rightarrow F_A = E_A\cdot|q| \Rightarrow F_A = 1,8\cdot 10^5\cdot 1\cdot 10^{-6} \Rightarrow \mathbf{F_A = 0,18\,N}$$

ΕΥΡΕΣΗ ΕΝΤΑΣΗΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ ΣΕ ΣΗΜΕΙΟ ΜΙΑΣ ΕΥΘΕΙΑΣ, ΟΤΑΝ ΤΟ ΠΕΔΙΟ ΔΗΜΙΟΥΡΓΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΔΥΟ Ή ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΑ ΦΟΡΤΙΑ ΤΑ ΟΠΟΙΑ ΒΡΙΣΚΟΝΤΑΙ ΠΑΝΩ ΣΤΗΝ ΙΔΙΑ ΕΥΘΕΙΑ.

Τα βήματα που ακολουθούμε είναι:

1. Φτιάχνουμε το σχήμα προσεκτικά σημειώνοντας τις αποστάσεις ανάμεσα στο σημείο στο οποίο θέλουμε να υπολογίσουμε την ένταση του πεδίου και στα υπόλοιπα φορτία.

2. Σχεδιάζουμε στο σημείο αυτό, τα διανύσματα των εντάσεων που οφείλονται στα υπόλοιπα φορτία όπου σημείο εφαρμογής κάθε διανύσματος θα είναι το σημείο αυτό, διεύθυνση η ευθεία που ενώνει το σημείο με το φορτίο πηγή και κατεύθυνση προς το φορτίο πηγή αν αυτό είναι αρνητικό και αντίθετη από κει που βρίσκεται το φορτίο πηγή αν αυτό είναι θετικό.

3. Υπολογίζουμε το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί κάθε φορτίο στο σημείο που μας ενδιαφέρει, εφαρμόζοντας, όσες φορές χρειαστεί, τη σχέση: $E = \dfrac{k|Q|}{r^2}$

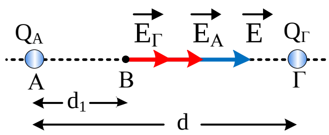
4. Οι εντάσεις στο σημείο που μας ενδιαφέρει θα είναι συγγραμμικές. Ανάλογα με την κατεύθυνση των εντάσεων, προσθέτουμε ή αφαιρούμε για να βρούμε το μέτρο της συνολικής έντασης του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο αυτό.

5. Δείχνουμε στο σχήμα την κατεύθυνση της έντασης στο σημείο που μας ενδιαφέρει.

Παράδειγμα 2. Στο σημείο Α βρίσκεται στερεωμένο ένα σωματίδιο με φορτίο $Q_A = 2$ μC. Σε σημείο Γ είναι στερεωμένο ένα άλλο σωματίδιο με φορτίο $Q_\Gamma = -8$ μC. Η απόσταση μεταξύ των σωματιδίων είναι (ΑΓ) = d = 5 cm. Να υπολογίσετε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο Β του ευθύγραμμου τμήματος (ΑΓ) που απέχει από το Α απόσταση (ΑΒ) = d_1 = 1 cm. Δίνεται: $k = 9\cdot10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$.

Λύση

Η κατεύθυνση των εντάσεων $\vec{E}_A$ και $\vec{E}_\Gamma$ στο σημείο Β, που οφείλονται στα φορτία Q_A και Q_Γ, φαίνεται στο σχήμα.



Το μέτρο της έντασης $\vec{E}_A$ στο σημείο Β, που οφείλεται στο φορτίο Q_A, είναι:

$$E_A = \frac{k|Q_A|}{d_1^2} \Rightarrow E_A = \frac{9\cdot10^9\cdot2\cdot10^{-6}}{10^{-4}} \Rightarrow \mathbf{E_A = 18\cdot10^7\ N/C}.$$

Το μέτρο της έντασης $\vec{E}_\Gamma$ στο σημείο Β, που οφείλεται στο φορτίο Q_Γ, είναι:

$$E_\Gamma = \frac{k|Q_\Gamma|}{(d-d_1)^2} \Rightarrow E_\Gamma = \frac{9\cdot10^9\cdot8\cdot10^{-6}}{16\cdot10^{-4}} \Rightarrow \mathbf{E_\Gamma = 4{,}5\cdot10^7\ N/C}.$$

Οι εντάσεις $\vec{E}_A$ και $\vec{E}_\Gamma$ είναι ομόρροπες. Η ένταση $\vec{E}$ του συνολικού ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο Β έχει κατεύθυνση την κατεύθυνση της έντασης $\vec{E}_A$ (ή $\vec{E}_\Gamma$) και μέτρο:

$E = E_A + E_\Gamma = (18\cdot10^7 + 4{,}5\cdot10^7)$ N/C $\Rightarrow$ $\mathbf{E = 22{,}5\cdot10^7\ N/C}$.

ΕΥΡΕΣΗ ΣΗΜΕΙΟΥ ΜΗΔΕΝΙΣΜΟΥ ΤΗΣ ΕΝΤΑΣΗΣ ΤΟΥ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ

Όταν η ένταση σε ένα σημείο ενός ηλεκτρικού πεδίου είναι μηδέν, τότε στο σημείο αυτό ισχύει $\Sigma\vec{E} = 0$. Τα βήματα που ακολουθούμε στην περίπτωση κατά την οποία θέλουμε να βρούμε το σημείο μηδενισμού της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται από δύο σημειακά φορτία Q_1 και Q_2 τα οποία βρίσκονται στις θέσεις Α και Β μιας ευθείας (ε) αντίστοιχα είναι:

1. Βρίσκουμε ποιο είναι το πιθανό σημείο μηδενισμού της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου. Το σημείο αυτό θα βρίσκεται πάνω στην ευθεία (ε), γιατί σε οποιοδήποτε άλλο σημείο εκτός ευθείας οι εντάσεις που οφείλονται στα φορτία Q_1 και Q_2 είναι μη συγγραμμικές. Για το σημείο μηδενισμού της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου ισχύει:

i. Αν τα φορτία Q_1 και Q_2 είναι ομώνυμα, το σημείο μηδενισμού της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου θα βρίσκεται ανάμεσα στα σημεία Α και Β και προς την μεριά του απολύτως μικρότερου.

ii. Αν τα φορτία Q_1 και Q_2 είναι ετερώνυμα, το σημείο μηδενισμού της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου θα βρίσκεται στις προεκτάσεις του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ και προς την μεριά του απολύτως μικρότερου.

2. Σημειώνουμε στο σχήμα τις αποστάσεις του σημείου μηδενισμού της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου από τα φορτία Q_1 και Q_2.

3. Εφαρμόζουμε τη σχέση $\Sigma\vec{E} = 0$ αντικαθιστώντας τις εντάσεις $\vec{E}_1$ και $\vec{E}_2$, που οφείλονται στα φορτία Q_1 και Q_2 αντίστοιχα, από τη σχέση $E = \frac{k|Q|}{r^2}$.

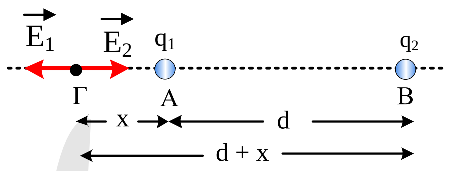
Παράδειγμα 3. Στα σημεία Α και Β μιας ευθείας (ε) βρίσκονται ακίνητα δύο σημειακά φορτία $Q_1 = 2$ μC και $Q_2 = -8$ μC αντίστοιχα. Αν η απόσταση ΑΒ των σημείων Α και Β είναι ίση με d = 24 cm.

α. να βρείτε σε ποιο σημείο η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου είναι μηδέν.

β. να βρείτε σε ποιο σημείο η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου είναι μηδέν αν τα δύο φορτία ήταν $Q_1 = 2$ μC και $Q_2 = 8$ μC.

Λύση

α. Επειδή τα φορτία Q_1 και Q_2 είναι ετερώνυμα, το σημείο μηδενισμού Γ της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου θα βρίσκεται στις προεκτάσεις του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ. Το σημείο Γ θα βρίσκεται πιο κοντά στο φορτίο Q_1 αφού είναι το απολύτως μικρότερο.



Θέτουμε (ΑΓ) = x την απόσταση του σημείου Γ από το σημείο Α, οπότε η απόσταση (ΒΓ) θα είναι ίση με (ΒΓ) = d + x.

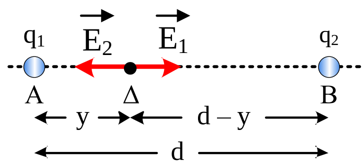
Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο Γ είναι μηδέν. Επομένως:

$$\Sigma\vec{E} = 0 \Rightarrow E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{k|Q_1|}{x^2} = \frac{k|Q_2|}{(d+x)^2} \Rightarrow \frac{2\cdot 10^{-6}}{x^2} = \frac{8\cdot 10^{-6}}{(d+x)^2} \Rightarrow (d+x)^2 = 4x^2 \Rightarrow d+x = 2x \Rightarrow x = d \Rightarrow$$

x = 24 cm

Δηλαδή το σημείο μηδενισμού της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου απέχει 24 cm από το σημείο Α.

β. Επειδή τα φορτία Q_1 και Q_2 είναι ομώνυμα, το σημείο μηδενισμού Δ της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου θα βρίσκεται στις προεκτάσεις του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ. Το σημείο Δ θα βρίσκεται πιο κοντά στο φορτίο Q_1 αφού είναι το απολύτως μικρότερο.



Θέτουμε (ΑΔ) = y την απόσταση του σημείου Δ από το σημείο Α, οπότε η απόσταση (ΒΔ) θα είναι ίση με (ΒΔ) = d – y.

Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο Δ είναι μηδέν. Επομένως:

$$\Sigma\vec{E} = 0 \Rightarrow E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{k|Q_1|}{y^2} = \frac{k|Q_2|}{(d-y)^2} \Rightarrow \frac{2\cdot 10^{-6}}{y^2} = \frac{8\cdot 10^{-6}}{(d-y)^2} \Rightarrow (d-y)^2 = 4y^2 \Rightarrow d-y = 2y \Rightarrow y = \frac{d}{3} \Rightarrow$$

y = 8 cm.

Δηλαδή το σημείο μηδενισμού της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου απέχει 8 cm από το σημείο Α και 16 cm από το Β.

ΕΥΡΕΣΗ ΕΝΤΑΣΗΣ ΣΕ ΣΗΜΕΙΟ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ ΠΟΥ ΟΦΕΙΛΕΤΑΙ ΣΕ ΔΥΟ ΦΟΡΤΙΑ, ΟΤΑΝ ΤΟ ΣΗΜΕΙΟ ΔΕ ΒΡΙΣΚΕΤΑΙ ΠΑΝΩ ΣΤΗΝ ΕΥΘΕΙΑ ΠΟΥ ΕΝΩΝΕΙ ΤΑ ΦΟΡΤΙΑ.

Στην περίπτωση αυτή, οι εντάσεις που δημιουργούνται από τα φορτία στο σημείο που μας ενδιαφέρει δεν είναι συγγραμμικές.

1. Φτιάχνουμε το σχήμα προσεκτικά σημειώνοντας τις αποστάσεις ανάμεσα στο σημείο στο οποίο θέλουμε να υπολογίσουμε την ένταση του πεδίου και στα υπόλοιπα φορτία.

2. Σχεδιάζουμε στο σημείο αυτό, τα διανύσματα των εντάσεων που οφείλονται στα υπόλοιπα φορτία όπου σημείο εφαρμογής κάθε διανύσματος θα είναι το σημείο αυτό, διεύθυνση η ευθεία που ενώνει το σημείο με το φορτίο πηγή και κατεύθυνση προς το φορτίο πηγή αν αυτό είναι αρνητικό και αντίθετη από κει που βρίσκεται το φορτίο πηγή αν αυτό είναι θετικό.

3. Υπολογίζουμε το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί κάθε φορτίο στο σημείο που μας ενδιαφέρει, εφαρμόζοντας, όσες φορές χρειαστεί, τη σχέση: $E = \frac{k|Q|}{r^2}$

4. Υπολογίζουμε το μέτρο της ολικής έντασης στο σημείο που μας ενδιαφέρει ως εξής:

i. Αν οι εντάσεις στο σημείο που μας ενδιαφέρει είναι κάθετες, εφαρμόζουμε το πυθαγόρειο θεώρημα.

ii. Αν οι εντάσεις στο σημείο που μας ενδιαφέρει σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία φ, εφαρμόζουμε τη σχέση:

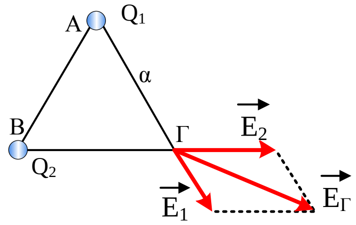
$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2 \cdot E_1 \cdot E_2 \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi}$$

5. Βρίσκουμε την κατεύθυνση της έντασης $\vec{E}$ υπολογίζοντας την εφαπτομένη κάποιας γωνίας. Αν όμως μας ζητάνε μόνο το μέτρο της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου, ο υπολογισμός της κατεύθυνσης της έντασης δε χρειάζεται να γίνει.

Παράδειγμα 4. Στις κορυφές Α και Β ενός ισόπλευρου τριγώνου ΑΒΓ πλευράς α = 30 cm βρίσκονται τα σημειακά φορτία Q_1 = 2 μC και Q_2 = 3 μC αντίστοιχα. Να υπολογίσετε το μέτρο της έντασης του συνολικού ηλεκτρικού πεδίου στην κορυφή Γ του τριγώνου. Δίνεται: $k = 9 \cdot 10^9$ $N \cdot m^2/C^2$.

Λύση

Οι κατευθύνσεις των εντάσεων που δημιουργούνται από τα φορτία Q_1 και Q_2 στο σημείο Γ φαίνονται στο σχήμα.



Το μέτρο της έντασης $\vec{E}_1$ στο σημείο Γ, που οφείλεται στο φορτίο Q_1, είναι:

$$E_1 = \frac{k\,|Q_1|}{\alpha^2} \Rightarrow E_1 = \frac{9\cdot 10^9 \cdot 2\cdot 10^{-6}}{9\cdot 10^{-4}} \Rightarrow \mathbf{E_1 = 2\cdot 10^7\ N/C}.$$

Το μέτρο της έντασης $\vec{E}_2$ στο σημείο Γ, που οφείλεται στο φορτίο Q_2, είναι:

$$E_2 = \frac{k\,|Q_2|}{\alpha^2} \Rightarrow E_2 = \frac{9\cdot 10^9 \cdot 3\cdot 10^{-6}}{9\cdot 10^{-4}} \Rightarrow \mathbf{E_2 = 3\cdot 10^7\ N/C}.$$

Οι εντάσεις $\vec{E}_1$ και $\vec{E}_2$ σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία φ = 60°. Επομένως το μέτρο της έντασης $\vec{E}$ του συνολικού ηλεκτρικού πεδίου στο σημείο Γ θα είναι:

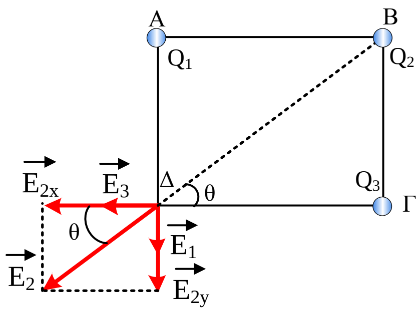
$$E_Γ = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2{\cdot}E_1{\cdot}E_2{\cdot}συνφ} \Rightarrow E_Γ = \sqrt{4\cdot 10^{14} + 9\cdot 10^{14} + 2{\cdot}2\cdot 10^7{\cdot}3\cdot 10^7{\cdot}συν60} \Rightarrow \mathbf{E_Γ = \sqrt{19}\cdot 10^7\ N/C}$$

Παράδειγμα 5. Στις τρεις κορυφές Α, Β και Γ ορθογωνίου ΑΒΓΔ είναι τοποθετημένα τα φορτία Q_1 = 3 μC, $Q_2 = \dfrac{500}{9}$ μC και $Q_3 = \dfrac{64}{9}$ μC αντίστοιχα. Οι πλευρές του ορθογωνίου είναι ΑΒ = 4 cm και ΒΓ = 3 cm. Να βρεθεί η ένταση του συνολικού ηλεκτρικού πεδίου στην κορυφή Δ του ορθογωνίου.

Δίνεται: $k = 9\cdot 10^9\ N{\cdot}m^2/C^2$.

Λύση

Οι κατευθύνσεις των εντάσεων που δημιουργούνται από τα φορτία Q_1, Q_2 και Q_3 στο σημείο Δ που μας ενδιαφέρει φαίνονται στο σχήμα.



Η απόσταση ΒΔ υπολογίζεται από το πυθαγόρειο θεώρημα. Είναι:

$ΒΔ^2 = ΑΒ^2 + ΑΔ^2 \Rightarrow ΒΔ = 5$ cm.

Το μέτρο της έντασης $\vec{E}_1$ στο σημείο Δ, που οφείλεται στο φορτίο Q_1, είναι:

$$E_1 = \frac{k\,|Q_1|}{(\text{ΑΔ})^2} \Rightarrow E_1 = \frac{9\cdot 10^9\cdot 3\cdot 10^{-6}}{9\cdot 10^{-4}} \Rightarrow \mathbf{E_1 = 3\cdot 10^7\ N/C}.$$

Το μέτρο της έντασης $\vec{E}_2$ στο σημείο Δ, που οφείλεται στο φορτίο Q_2, είναι:

$$E_2 = \frac{k\,|Q_2|}{(\text{ΒΔ})^2} \Rightarrow E_1 = \frac{9\cdot 10^9\cdot \frac{500}{9}\cdot 10^{-6}}{25\cdot 10^{-4}} \Rightarrow \mathbf{E_2 = 20\cdot 10^7\ N/C}.$$

Το μέτρο της έντασης $\vec{E}_3$ στο σημείο Δ, που οφείλεται στο φορτίο Q_3, είναι:

$$E_3 = \frac{k\,|Q_3|}{(\text{ΓΔ})^2} \Rightarrow E_3 = \frac{9\cdot 10^9\cdot \frac{64}{9}\cdot 10^{-6}}{16\cdot 10^{-4}} \Rightarrow \mathbf{E_3 = 4\cdot 10^7\ N/C}.$$

Επιλέγουμε στη συνέχεια τους δύο κάθετους άξονες που φαίνονται στο σχήμα και αναλύουμε την ένταση $\vec{E}_2$ στις συνιστώσες $\vec{E}_{2x}$ και $\vec{E}_{2y}$. Για τη γωνία θ ισχύει:

$$\text{ημθ} = \frac{(\text{ΒΓ})}{(\text{ΒΔ})} = 0{,}6\,,\ \ \text{συνθ} = \frac{(\text{ΓΔ})}{(\text{ΒΔ})} = 0{,}8$$

Για τις συνιστώσες των εντάσεων έχουμε:

$E_{2x} = E_2\text{συνθ} = 20\cdot 10^7\cdot 0{,}8 = 16\cdot 10^7$ N/C $\qquad$ $E_{2y} = E_2\text{ημθ} = 20\cdot 10^7\cdot 0{,}6 = 12\cdot 10^7$ N/C

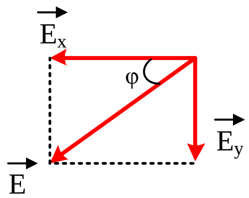
Η συνισταμένη ένταση $\vec{E}_x$ στον άξονα x'x έχει κατεύθυνση που φαίνεται στο σχήμα και μέτρο:

$E_x = E_{2x} + E_3 = 16\cdot 10^7 + 4\cdot 10^7 \Rightarrow \mathbf{E_x = 20\cdot 10^7\ N/C}$

Η συνισταμένη ένταση $\vec{E}_y$ στον άξονα y'y έχει κατεύθυνση που φαίνεται στο σχήμα και μέτρο:

$E_y = E_{2y} + E_1 = 12\cdot 10^7 + 3\cdot 10^7 \Rightarrow \mathbf{E_y = 15\cdot 10^7\ N/C}$

Οι εντάσεις $\vec{E}_x$ και $\vec{E}_y$ είναι κάθετες. Το μέτρο της ολικής έντασης $\vec{E}$ στο σημείο Δ υπολογίζεται εφαρμόζοντας το πυθαγόρειο θεώρημα. Είναι:



$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \sqrt{(20\cdot 10^7)^2 + (15\cdot 10^7)^2} \Rightarrow \mathbf{E = 25\cdot 10^7\ N/C}$$

Η ένταση $\vec{E}$ σχηματίζει γωνία φ με την πλευρά ΓΔ τέτοια ώστε:

$$\text{εφφ} = \frac{E_y}{E_x} = \frac{15\cdot 10^7}{20\cdot 10^7} \Rightarrow \text{εφφ} = \frac{3}{4}$$

ΟΜΟΓΕΝΕΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΦΟΡΤΙΣΜΕΝΟΥ ΣΩΜΑΤΙΔΙΟΥ ΜΕΣΑ ΣΕ ΟΜΟΓΕΝΕΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

Όταν μελετάμε την ισορροπία φορτισμένου σωματιδίου μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο, τα βήματα που ακολουθούμε είναι:

1. Κατασκευάζουμε κατάλληλο σχήμα όπου σημειώνουμε όλες τις δυνάμεις που ασκούνται στο φορτισμένο σωματίδιο.

Στο σχεδιασμό της δύναμης που ασκείται στο φορτισμένο σωματίδιο από το πεδίο έχουμε υπόψιν τα εξής:

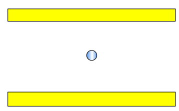
i. Αν το φορτίο του σωματιδίου είναι θετικό, η κατεύθυνση της δύναμης που του ασκείται από το πεδίο είναι ίδια με την κατεύθυνση της έντασης του πεδίου (δηλαδή προς την αρνητική πλάκα).

ii. Αν το φορτίο του σωματιδίου είναι αρνητικό, η κατεύθυνση της δύναμης που του ασκείται από το πεδίο είναι αντίθετη από την κατεύθυνση της έντασης του πεδίου (δηλαδή προς τη θετική πλάκα).

2. Αν χρειάζεται, επιλέγουμε δύο κάθετους άξονες και αναλύουμε όποιες δυνάμεις δεν είναι πάνω στους δύο άξονες.

3. Εφαρμόζουμε τη συνθήκη ισορροπίας για κάθε άξονα χωριστά. Ισχύει: $\Sigma\vec{F}_x = 0$ και $\Sigma\vec{F}_y = 0$.

Παράδειγμα 6. Μία σταγόνα λαδιού έχει φορτίο q = –3 μC και ισορροπεί μέσα σε κατακόρυφο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται μεταξύ δύο οριζόντιων παράλληλων μεταλλικών πλακών. Αν η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου είναι E = 4.000 N/C, να βρείτε:



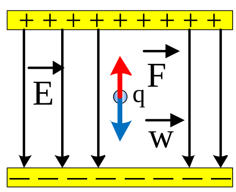
α. Ποια από τις δύο πλάκες είναι θετικά φορτισμένη;

β. Πόση είναι η μάζα της σταγόνας λαδιού;

Δίνεται: g = 10 m/s^2.

Λύση

α. Στη σταγόνα λαδιού ασκούνται το βάρος της $\vec{w}$, με διεύθυνση κατακόρυφη και φορά προς τα κάτω, και η ηλεκτρική δύναμη $\vec{F}$, με διεύθυνση κατακόρυφη και φορά

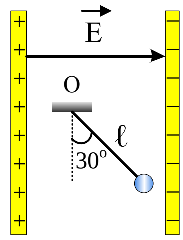


προς τα πάνω, επειδή η σταγόνα λαδιού ισορροπεί. Αφού η σταγόνα λαδιού είναι αρνητικά φορτισμένη, η ηλεκτρική δύναμη $\vec{F}$ έχει αντίθετη κατεύθυνση από την κατεύθυνση της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου. Αυτό σημαίνει ότι η κατεύθυνση της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου είναι προς τα κάτω και επομένως η πάνω πλάκα είναι θετικά φορτισμένη, ενώ η κάτω πλάκα είναι αρνητικά φορτισμένη.

β. Αφού η σταγόνα ισορροπεί, θα ισχύει:

$$\Sigma\vec{F}_y = 0 \Rightarrow F = w \Rightarrow E\cdot|q| = mg \Rightarrow m = \frac{E\cdot|q|}{g} \Rightarrow m = \frac{4\cdot 10^3\cdot 3\cdot 10^{-6}}{10} \Rightarrow \mathbf{m = 12\cdot 10^{-4}\ kg}$$

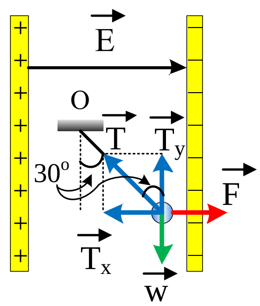
Παράδειγμα 7. Στο ένα άκρο λεπτού μονωτικού νήματος είναι δεμένη μία σημειακή φορτισμένη σφαίρα μάζας m = $50\sqrt{3}$ mg και φορτίου q = 5 μC. Όταν το εκκρεμές τοποθετηθεί μέσα σε οριζόντιο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται μεταξύ δύο κατακόρυφων παράλληλων μεταλλικών πλακών, η σφαίρα ισορροπεί σε θέση όπου το νήμα του εκκρεμούς αποκλίνει από την κατακόρυφο κατά 30°. Να υπολογίσετε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου. Δίνεται: g = 10 m/s^2.



Λύση

Οι δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα είναι το βάρος της $\vec{w}$, η τάση του νήματος $\vec{T}$ και η ηλεκτρική δύναμη $\vec{F}$.

Αναλύουμε την τάση του νήματος $\vec{T}$ στις συνιστώσες $\vec{T}_x$ και $\vec{T}_y$.



Έχουμε για τα μέτρα των δυνάμεων:

$T_x = T\eta\mu 30°$ και $T_y = T\sigma\upsilon\nu 30°$.

Αφού η σφαίρα ισορροπεί, για κάθε άξονα θα ισχύει:

$$\left.\begin{array}{l}\Sigma\vec{F}_y = 0\\ \Sigma\vec{F}_x = 0\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}w = T_y\\ F = T_x\end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l}mg = T\sigma\upsilon\nu 30\\ E\cdot q = T\eta\mu 30\end{array}\right\} \xrightarrow[\text{κατά μέλη}]{\text{Διαιρώ}} \frac{mg}{Eq} = \sigma\varphi 30 \Rightarrow E = \frac{mg}{q\cdot\sigma\varphi 30} \Rightarrow$$

$$E = \frac{50\sqrt{3}\cdot 10^{-6}\cdot 10}{5\cdot 10^{-6}\sqrt{3}} \Rightarrow \mathbf{E = 100\ N/C}.$$