

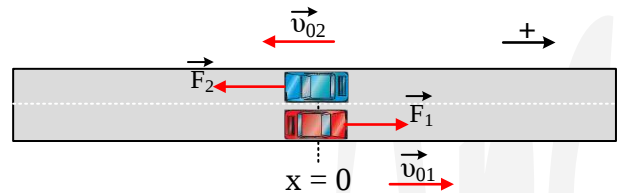
Επιταχυνόμενες κινήσεις σε αντίθετες κατευθύνσεις.

Δύο αυτοκινητάκια A₁ και A₂ με μάζες m₁ = 3 kg και m₂ = 2 kg

περνούν την χρονική στιγμή t₀ = 0 από το ίδιο σημείο του

δρόμου που το θεωρούμε ως x₀ = 0, κινούμενα αντίθετα όπως

στο σχήμα, με ταχύτητες μέτρου v₀₁ = 10 m/s και v₀₂ = 4 m/s. Την ίδια χρονική στιγμή (t₀ = 0) ασκούνται στα δύο αυτοκινητάκια δυνάμεις ίδιου μέτρου F = 12 N και αντίθετης φοράς ομόρροπες με την κίνηση τους.



α. να βρείτε τις επιταχύνσεις που αποκτούν τα δύο αυτοκινητάκια

β. να γράψετε τις εξισώσεις της κίνησης τους

γ. να γράψετε την εξίσωση που περιγράφει την απόσταση τους κάθε χρονική στιγμή και από εκεί να υπολογίσετε ποια χρονική στιγμή η απόσταση τους θα είναι d = 195 m

δ. να γράψετε την εξίσωση της ταχύτητας για κάθε αυτοκινητάκι και να προσδιορίσετε ποια χρονική στιγμή τα μέτρα των ταχυτήτων τους θα είναι ίσα

ε. να γίνουν τα διαγράμματα ταχύτητας χρόνου και θέσης χρόνου για τα δύο αυτοκινητάκια ως την στιγμή t₃ = 5s

στ. αν την χρονική στιγμή t₀ = 0 οι δυνάμεις που δέχονται τα δύο αυτοκινητάκια ήταν αντίθετες κατεύθυνσης απ' αυτές που είναι στο σχήμα πόσο διάστημα διανύει το ένα αυτοκινητάκι από την στιγμή που το άλλο ηρεμεί και μετά;

Λύση

α. Για τα δύο σώματα ισχύει: $\Sigma F_1 = m_1 a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{F}{m_1} \Rightarrow a_1 = \frac{12}{3} \frac{m}{s^2} \Rightarrow a_1 = 4 \frac{m}{s^2}$

$\Sigma F_2 = m_2 a_2 \Rightarrow a_2 = \frac{-F}{m_2} \Rightarrow a_2 = \frac{-12}{2} \frac{m}{s^2} \Rightarrow a_2 = -6 \frac{m}{s^2}$

β. Τα δύο αυτοκινητάκια βρίσκονται στην ίδια θέση x₀ = 0 την χρονική στιγμή t₀ = 0.

Έτσι, και τα δύο θα έχουν εξίσωση θέσης της μορφής: $x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ και με αντικατάσταση προκύπτει για τα δύο

αυτοκινητάκια: $x_1 = 10t + 2t^2$ S.I. και $x_2 = -4t - 3t^2$ S.I.

γ. Η εξίσωση που περιγράφει την απόστασή τους είναι:

$$d = x_2 - x_1 \Rightarrow d = 10t + 2t^2 - (-4t - 3t^2) \Rightarrow d = 14t + 5t^2 \text{ (S.I.)}$$

Θέτοντας στην παραπάνω εξίσωση $d = 195$ m προκύπτει η δευτεροβάθμια εξίσωση $5t^2 + 14t - 195 = 0$ (S.I.)

Από την λύση προκύπτει $t = 5$ s ή $t = -7,8$ s, άρα την χρονική στιγμή $t_1 = 5$ s θα απέχουν $d = 195$ m.

δ. Οι εξισώσεις της ταχύτητας για κάθε αυτοκινητάκι είναι της μορφής: $v = v_0 + at$

Με αντικατάσταση προκύπτει: $v_1 = 10 + 4t$ (S.I.) και $v_2 = -4 - 6t$ (S.I.)

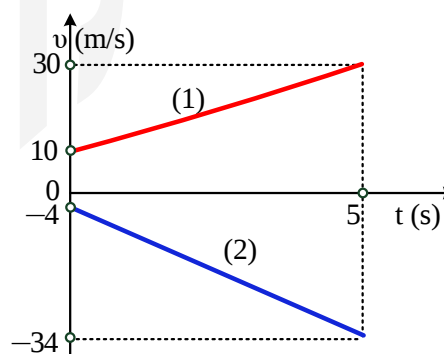
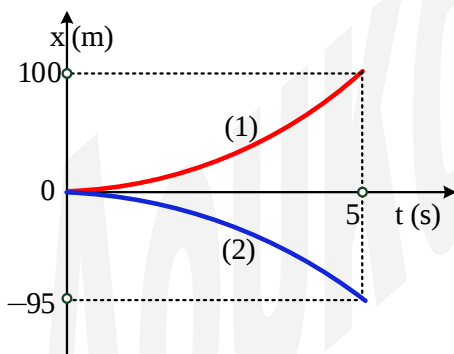
Οι ταχύτητες θα είναι ίσες κατά μέτρο όταν: $|v_1| = |v_2|$

η ταχύτητα $\bar{v}_1$ παίρνει θετικές τιμές $t \geq 0$ ενώ η ταχύτητα $\bar{v}_2$ παίρνει αρνητικές τιμές για $t \geq 0$, οπότε:

$$10 + 4t_2 = 4 + 6t_2 \Rightarrow 2t_2 = 6 \Rightarrow t_2 = 3 \text{ s.}$$

ε. Τα ζητούμενα διαγράμματα φαίνονται στα παρακάτω σχήματα.

Για $t_3 = 5$ s έχουμε: $x_1 = 100$ m, $x_2 = -95$ m, $v_1 = 30$ m/s και $v_2 = -34$ m/s.



στ. Αν οι δυνάμεις αρχικά είχαν αντίθετες κατευθύνσεις οι επιταχύνσεις (επιβραδύνσεις) που θα προκαλούσαν θα είχαν το ίδιο μέτρο αλλά αντίθετη φορά, δηλαδή $a_1 = -4$ m/s² και $a_2 = 6$ m/s² το κάθε αυτοκινητάκι σταματά όταν $v = 0$.

$$v_1 = 10 - 4t_4 \Rightarrow 0 = 10 - 4t_4 \Rightarrow t_4 = 2,5 \text{ s} \text{ και } v_2 = -4 + 6t_5 \Rightarrow 0 = -4 + 6t_5 \Rightarrow t_5 = \frac{2}{3} \text{ s}$$

Αφού $t_4 > t_5$ καταλαβαίνουμε ότι το μπλε αυτοκινητάκι σταματά πρώτο, οπότε ψάχνουμε να βρούμε τα διάστημα που διανύει το κόκκινο αυτοκινητάκι από την στιγμή t_5 και μετά.

$$\text{Για } t = t_5 \quad x_{1(t_5)} = 10t_5 - 2t_5^2 \Rightarrow x_{1(t_5)} = 10 \cdot \frac{2}{3} \text{ m} - 2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \text{ m} \Rightarrow x_{1(t_5)} = \frac{20}{3} \text{ m} - \frac{8}{9} \text{ m} \Rightarrow x_{1(t_5)} = \frac{52}{9} \text{ m}$$

$$\text{Για } t = t_4 \quad x_{1(t_4)} = 10t_4 - 2t_4^2 \Rightarrow x_{1(t_4)} = 10 \cdot 2,5 - 2 \cdot 2,5^2 \Rightarrow x_{1(t_4)} = 12,5 \text{ m}$$

$$\Delta x = x_{1(t_4)} - x_{1(t_5)} = 12,5 \text{ m} - \frac{52}{9} \text{ m} \Rightarrow \Delta x = \frac{60,5}{9} \text{ m}$$

$$\text{Άρα και } s = |\Delta x| \Rightarrow s = \frac{60,5}{9} \text{ m}.$$