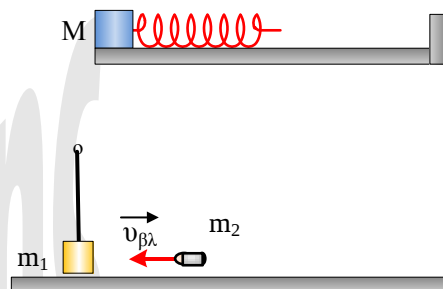


Κρούση στο αποκορύφωμα.

Σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 0,8 \text{ kg}$, είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους $\ell = 0,8 \text{ m}$ και ισορροπεί. Βλήμα μάζας $m_2 = 0,2 \text{ kg}$ συγκρούεται πλαστικά με το Σ_1 και το συσσωμάτωμα αρχίζει την κυκλική κίνηση σε κατακόρυφο επίπεδο. Το συσσωμάτωμα συναντά στο ανώτερο σημείο της τροχιάς του ακίνητο σώμα Σ μάζας $M = 7 \text{ kg}$ που φέρει ελατήριο σταθεράς k και βρίσκεται πάνω σε λείο επίπεδο. Η τάση του νήματος που δέχεται το συσσωμάτωμα, είναι διπλάσια λίγο πριν την κρούση συσσωματώματος και Σ σε σχέση με αυτή λίγο μετά την κρούση. Αν v_1 το μέτρο την ταχύτητας του συσσωματώματος λίγο πριν την κρούση και v_2 αμέσως μετά, ο λόγος αυτών είναι ίσος με $\frac{v_1}{v_2} = \frac{4}{3}$ και οι κατευθύνσεις τους αντίθετες. Το σώμα στο ελατήριο αφού συναντήσει κατακόρυφο τοίχο καρφώνεται σ' αυτόν (το ελατήριο) χωρίς απώλειες ενέργειας και ταλαντώνεται με πλάτος A . Η φορά κίνησης του ταλαντούμενου σώματος αντιστρέφεται κάθε φορά που δέχεται δύναμη από το ελατήριο 140 N . Να βρείτε:



- α.** τα μέτρα των ταχυτήτων $\vec{v}_1, \vec{v}_2$.
- β.** αν η κρούση είναι ελαστική ή όχι (συσσωματώματος και Σ)
- γ.** την απώλεια της ενέργειας κατά την κρούση του βλήματος με το Σ_1
- δ.** το πλάτος και την σταθερά του ελατηρίου.

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$, η χρονική διάρκεια κάθε κρούσης θεωρείται αμελητέα.

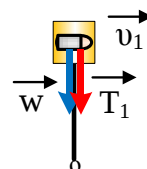
Λύση

- α.** Στο ανώτερο σημείο της τροχιάς οι δυνάμεις που ασκούνται φαίνονται στο διπλανό σχήμα.

$$\text{Έτσι λοιπόν έχουμε: } \Sigma \vec{F}_R = \vec{F}_K \Rightarrow T_1 + w = \frac{(m_1 + m_2)v_1^2}{\ell} \quad (1)$$

$$\text{ομοίως μετά την κρούση: } \Sigma \vec{F}_R = \vec{F}_K \Rightarrow T_2 + w = \frac{(m_1 + m_2)v_2^2}{\ell} \quad (2) \text{ διαιρούμε κατά μέλη τις δύο}$$

σχέσεις και λαμβάνοντας υπόψιν ότι $T_1 = 2T_2$ προκύπτει:



$$\frac{2T_2 + w}{T_2 + w} = \frac{(m_1 + m_2)u_1^2}{\ell} \Rightarrow \frac{2T_2 + w}{T_2 + w} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{2T_2 + w}{T_2 + w} = \frac{16}{9} \Rightarrow T_2 = 3,5w \Rightarrow \mathbf{T_2 = 35\text{ N}}$$

Άρα (2) $\Rightarrow T_2 + w = \frac{(m_1 + m_2)u_2^2}{\ell} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{\ell(T_2 + w)}{m_1 + m_2}} \Rightarrow \mathbf{v_2 = 6 \frac{m}{s}}$ και επειδή $\frac{v_1}{v_2} = \frac{4}{3}$ έχουμε $\mathbf{v_1 = 8 \frac{m}{s}}$

β. Θεωρούμε θετική την φορά προς τα δεξιά κατά την εφαρμογή της Α.Δ.Ο.

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\epsilon\lambda} \Rightarrow \vec{p}_1 = \vec{p}_M + \vec{p}_2 \Rightarrow p_1 = p_M - p_2 \Rightarrow (m_1 + m_2)v_1 = Mv - (m_1 + m_2)v_2 \Rightarrow v = \frac{(m_1 + m_2)(v_1 + v_2)}{M} \Rightarrow$$

$$\mathbf{v = 2\text{ m/s.}}$$

Η κινητική ενέργεια πριν την κρούση είναι: $K_{\pi\rho\iota\nu} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_1^2 \Rightarrow \mathbf{K_{\pi\rho\iota\nu} = 32\text{ J}}$

Η κινητική ενέργεια μετά την κρούση είναι: $K_{\mu\epsilon\tau\acute{\alpha}} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_2^2 + \frac{1}{2}Mv^2 \Rightarrow \mathbf{K_{\mu\epsilon\tau\acute{\alpha}} = 32\text{ J}}$

Τελικά $K_{\pi\rho\iota\nu} = K_{\mu\epsilon\tau\acute{\alpha}}$ άρα η κρούση είναι ελαστική.

γ. Το συσσωμάτωμα μόλις δημιουργείται έχει ταχύτητα μέτρου v_0 την οποία θα βρω εφαρμόζοντας το Θ.Μ.Κ.Ε. αμέσως μετά την δημιουργία του έως λίγο πριν την κρούση με το σώμα μάζας M .

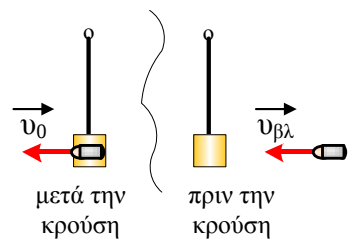
$$K_{\pi\acute{\alpha}\nu\omega} - K_{\kappa\acute{\alpha}\tau\omega} = W_w \Rightarrow \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_1^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_0^2 = -(m_1 + m_2)g2\ell \Rightarrow v_0 = \sqrt{v_1^2 + 4g\ell} \Rightarrow \mathbf{v_0 = 4\sqrt{6} \frac{m}{s}}$$

Α.Δ.Ο. για την πρώτη κρούση:

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\epsilon\lambda} \Rightarrow \vec{p}_{\beta\lambda} = \vec{p}_{\sigma\upsilon\sigma} \Rightarrow m_2 v_{\beta\lambda} = (m_1 + m_2)v_0 \Rightarrow$$

$$v_{\beta\lambda} = \frac{(m_1 + m_2)v_0}{m_2} \Rightarrow \mathbf{v_{\beta\lambda} = 20\sqrt{6} \frac{m}{s}}$$

$$E_{\alpha\pi} = K_{\beta\lambda} - K_{\sigma\upsilon\sigma} = \frac{1}{2}m_2 v_{\beta\lambda}^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_0^2 \Rightarrow \mathbf{E_{\alpha\pi} = 192\text{ J}}$$



δ. Σε μία ταλάντωση ισχύει $K_{\max} = E \Rightarrow E = \frac{1}{2}Mv^2 \Rightarrow \mathbf{E = 14\text{ J.}}$

Η φορά της κίνησης σε ένα ταλαντούμενο σώμα αντιστρέφεται όταν δέχεται την μέγιστη δύναμη επαναφοράς

άρα $F_{\max} = 140\text{ N}$

$$\frac{E}{F_{\max}} = \frac{\frac{1}{2}kA^2}{kA} \Rightarrow \frac{E}{F_{\max}} = \frac{A}{2} \Rightarrow A = \frac{2E}{F_{\max}} \Rightarrow \mathbf{A = 0,2m}$$

$$\text{Και } F_{\max} = kA \Rightarrow k = \frac{F_{\max}}{A} \Rightarrow \mathbf{k = 700 \frac{N}{m}}.$$