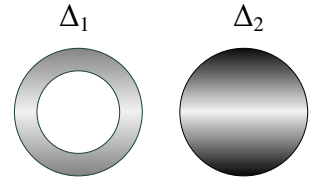


ΚΟΙΛΟΣ ΚΑΙ ΣΥΜΠΑΓΗΣ ΔΙΣΚΟΣ

Δύο λεπτοί δίσκοι έχουν την ίδια μάζα M και την ίδια ακτίνα R , ίδιο πάχος και ο ένας φέρει οπή όπως στο σχήμα. Τα δύο σώματα αφήνονται ελεύθερα από το ίδιο ύψος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας φ . Τα δύο σώματα κυλούν χωρίς να ολισθαίνουν. Αν Δ_1 ο δίσκος με την οπή και Δ_2 ο συμπαγής δίσκος, μετά από χρονικό διάστημα Δt από την στιγμή που ξεκίνησαν για τα μέτρα των στροφορμών (ως προς τον άξονα που περνά απ' το κέντρο μάζας τους) των δύο δίσκων θα ισχύει:



- α.** $L_1 > L_2$ **β.** $L_1 = L_2$ **γ.** $L_1 < L_2$

Να επιλέξετε την σωστή και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Λύση

Από τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης έχουμε:

$$\Sigma \tau_{cm} = \frac{\Delta L}{\Delta t} \Rightarrow \tau_{T_{\sigma\tau}} = \frac{L_{τελ} - L_{αρχ}}{\Delta t} \Rightarrow L_{τελ} = \tau_{T_{\sigma\tau}} \cdot \Delta t \quad (1)$$

Επειδή έχουμε κύλιση χωρίς ολίσθηση ισχύει: $\alpha_{cm} = \alpha_{\gamma} R$

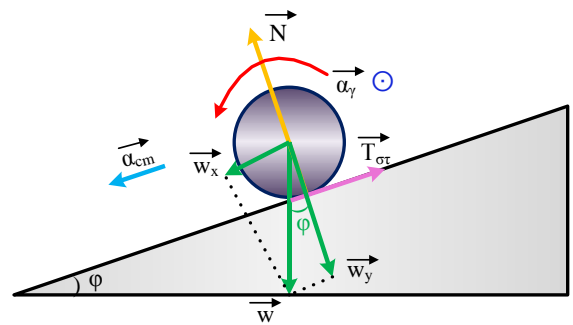
$$\text{Επίσης } \Sigma F_x = M \alpha_{cm} \Rightarrow M g \eta \mu \varphi - T_{\sigma\tau} = M \alpha_{cm} \quad (2)$$

$$\Sigma \tau_{cm} = I \alpha_{\gamma} \Rightarrow T_{\sigma\tau} R = I \frac{\alpha_{cm}}{R} \Rightarrow \alpha_{cm} = \frac{R^2 T_{\sigma\tau}}{I} \quad (3)$$

$$(2) \stackrel{(3)}{\Rightarrow} M g \eta \mu \varphi - T_{\sigma\tau} = M \frac{R^2 T_{\sigma\tau}}{I} \Rightarrow M g \eta \mu \varphi = T_{\sigma\tau} \left(1 + \frac{M R^2}{I} \right) \Rightarrow T_{\sigma\tau} = \frac{M g \eta \mu \varphi}{1 + \frac{M R^2}{I}} \Rightarrow T_{\sigma\tau} R = \frac{R M g \eta \mu \varphi}{1 + \frac{M R^2}{I}} \Rightarrow$$

$$\tau_{T_{\sigma\tau}} = \frac{R M g \eta \mu \varphi}{1 + \frac{M R^2}{I}}$$

Ο δίσκος Δ_1 με την οπή έχει μεγαλύτερη ροπή αδράνειας από τον συμπαγή γιατί έχει την ίδια μάζα κατανεμημένη πιο μακριά από το κέντρο του, άρα $I_1 > I_2$ αλλά:



$$I_1 > I_2 \Rightarrow \frac{1}{I_1} < \frac{1}{I_2} \Rightarrow \frac{MR^2}{I_1} < \frac{MR^2}{I_2} \Rightarrow 1 + \frac{MR^2}{I_1} < 1 + \frac{MR^2}{I_2} \Rightarrow \frac{1}{1 + \frac{MR^2}{I_1}} > \frac{1}{1 + \frac{MR^2}{I_2}} \Rightarrow \frac{RMg\eta\mu\phi}{1 + \frac{MR^2}{I_1}} > \frac{RMg\eta\mu\phi}{1 + \frac{MR^2}{I_2}} \Rightarrow$$

$$\tau_{T\sigma\tau(1)} > \tau_{T\sigma\tau(2)} \Rightarrow \tau_{T\sigma\tau(1)} \cdot \Delta t > \tau_{T\sigma\tau(2)} \cdot \Delta t \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \mathbf{L_1 > L_2}$$

Άρα σωστή απάντηση η **α**.

Σημείωση: Επειδή οι δύο δίσκοι έχουν ίδια μάζα και ίδια ακτίνα, προφανώς θα είναι κατασκευασμένοι από διαφορετικά υλικά και μάλιστα το υλικό που είναι κατασκευασμένος ο Δ₁ έχει μεγαλύτερη πυκνότητα απ' αυτή του Δ₂, αφού θα πρέπει να "χωρέσει" την ίδια μάζα σε μικρότερο όγκο.