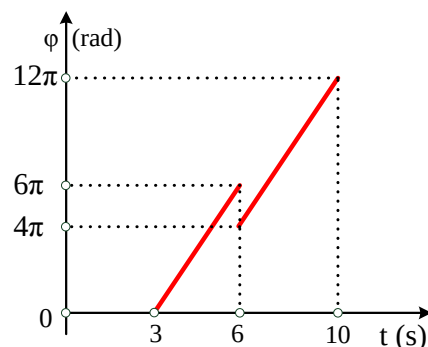


ΦΑΣΗ ΣΕ ΕΝΙΣΧΥΤΙΚΗ ΣΥΜΒΟΛΗ

Στην επιφάνεια ενός ηρεμούντος υγρού τη στιγμή $t_0 = 0$ τίθενται σε ταλάντωση ταυτόχρονα δυο πηγές με την ίδια συχνότητα f και με πλάτος 2 mm , οπότε δημιουργούν κύματα τα οποία θεωρούμε ότι διαδίδονται με σταθερό πλάτος. Κάθε σημείο στο οποίο φτάνει ένα κύμα ξεκινά την ταλάντωσή του προς τα πάνω. Πάνω στη ευθεία $\Pi_1\Pi_2$ που ενώνει τις δύο πηγές παρατηρούμε μία σειρά από σημεία που ταλαντώνονται



με μέγιστο πλάτος και άλλα που παραμένουν ακίνητα. Η ελάχιστη απόσταση πάνω στην $\Pi_1\Pi_2$ όπου δύο σημεία διαφέρουν ως προς το πλάτος τους κατά 4 mm είναι $0,05 \text{ m}$. Ένα σημείο Σ της επιφάνειας του υγρού απέχει αποστάσεις r_1 και r_2 ($r_2 > r_1$) από τις πηγές και η φάση της ταλάντωσης του φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.

- α.** Να υπολογιστούν η ταχύτητα διάδοσης του κύματος και το μήκος του κύματος.
- β.** Αφού βρεθούν οι εξισώσεις των δύο κυμάτων, να βρεθεί η εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του σημείου Σ , μετά τη συμβολή των δύο κυμάτων.
- γ.** Να βρείτε πόσα σημεία της ευθείας που περνά από την πηγή Π_1 και είναι κάθετη στο ευθύγραμμο τμήμα $\Pi_1\Pi_2$ ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος. Δίνεται $\Pi_1\Pi_2 = d = 0,78 \text{ m}$.
- δ.** Αν αυξήσουμε την περίοδο της ταλάντωσης των πηγών κατά 125% ποια η ποσοστιαία μεταβολή του πλάτους ταλάντωσης του σημείου Σ ;

Λύση

α. Από την γραφική παράσταση βλέπουμε ότι οι χρόνοι άφιξης των κυμάτων στο σημείο Σ από τις δύο πηγές είναι $t_1 = 3 \text{ s}$ (από την Π_1 , αφού $r_1 < r_2$) και $t_2 = 6 \text{ s}$. Από το διάγραμμα φαίνεται ότι η συμβολή των κυμάτων συμβαίνει την χρονική στιγμή 6 s αφού τότε έχουμε μία απότομη αλλαγή της φάσης του εξαιτίας της έλευσης του δεύτερου κύματος. Από την χρονική στιγμή $t_1 = 3 \text{ s}$ έως την χρονική στιγμή $t_2 = 6 \text{ s}$ βλέπουμε ότι η μεταβολή της φάσης εξαιτίας του κύματος από την πηγή Π_1 είναι $\Delta\phi = 6\pi \text{ rad}$. Άρα:

$$\Delta\phi = \omega\Delta t \Rightarrow 6\pi = \omega \cdot 3 \Rightarrow \omega = 2\pi \text{ rad/s. Επίσης θα έχουμε: } T = 1 \text{ s και } f = 1 \text{ Hz.}$$

Το μέγιστο πλάτος στην συμβολή είναι: $A_{\max} = 2A = 4 \text{ mm}$. Για να διαφέρουν δύο σημεία κατά 4 mm θα πρέπει το ένα να είναι σημείο ενισχυτικής συμβολής και το άλλο ακυρωτικής συμβολής.

Ένα σημείο βρίσκεται πάνω στην $\Pi_1\Pi_2$ και είναι σημείο ακυρωτικής συμβολής απέχει από το μέσο απόσταση x_1 και είναι:

$$|d_1 - d_2| = (2N+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \left| \frac{d}{2} + x_1 - \left(\frac{d}{2} - x_1 \right) \right| = N\lambda + \frac{\lambda}{2} \Rightarrow |x_1| = \frac{N\lambda}{2} + \frac{\lambda}{4}$$

το αμέσως πιο κοντινό σημείο που συμβαίνει ενισχυτική συμβολή ικανοποιεί τη σχέση $|\ell_1 - \ell_2| = (N+1)\lambda$ ή $|\ell_1 - \ell_2| = (N-1)\lambda$

χωρίς βλάβη της γενικότητας ας πάρουμε την πρώτη.

$$|\ell_1 - \ell_2| = (N+1)\lambda \Rightarrow \left| \frac{d}{2} + x_2 - \left(\frac{d}{2} - x_2 \right) \right| = N\lambda + \lambda \Rightarrow |x_2| = \frac{N\lambda}{2} + \frac{\lambda}{2}$$

Έτσι λοιπόν τα δύο παραπάνω σημεία απέχουν οριζόντια $|x_2| - |x_1| = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow 0,05 \text{ m} = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow \lambda = 0,2 \text{ m}$

Αρα $v = \lambda f \Rightarrow v = 0,2 \text{ m/s}$.

β. Οι αποστάσεις από τις πηγές μπορούν να υπολογιστούν από τους χρόνους άφιξης στο σημείο Σ.

$r_1 = vt_1 \Rightarrow r_1 = 0,6 \text{ m}$, $r_2 = vt_2 \Rightarrow r_2 = 1,2 \text{ m}$, και οι εξισώσεις των κυμάτων από τις δύο πηγές που φτάνουν στο σημείο Σ είναι:

$$y_1 = A\eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} \right) \Rightarrow y_1 = 2 \cdot 10^{-3} \eta\mu 2\pi(t-3) \Rightarrow y_1 = 2 \cdot 10^{-3} \eta\mu(2\pi t - 6\pi) \text{ (S.I.) για } t \geq 3 \text{ s και}$$

$$y_2 = A\eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} \right) \Rightarrow y_2 = 2 \cdot 10^{-3} \eta\mu 2\pi(t-6) \Rightarrow y_2 = 2 \cdot 10^{-3} \eta\mu(2\pi t - 12\pi) \text{ (S.I.) για } t \geq 6 \text{ s.}$$

Η εξίσωση της συμβολής στο σημείο Σ είναι: $y = 2A\sigma\upsilon\nu \frac{\pi(r_2 - r_1)}{\lambda} \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2 + r_1}{2\lambda} \right) \Rightarrow$

$$y = 4 \cdot 10^{-3} \sigma\upsilon\nu 3\pi \cdot \eta\mu 2\pi(t-4,5) \Rightarrow y = -4 \cdot 10^{-3} \eta\mu(2\pi t - 9\pi) \Rightarrow y = 4 \cdot 10^{-3} \eta\mu(2\pi t - 8\pi) \text{ (S.I.) για } t \geq 6 \text{ s.}$$

Παρατήρηση: Θα μπορούσε κάποιος να πει ότι σύμφωνα με το διάγραμμα έχουμε (μετά την συμβολή) ότι για $t = 6 \text{ s}$ έχουμε $\phi = 4\pi \text{ rad}$. Άρα:

$$\phi = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} \right) \Rightarrow 4\pi = 2\pi \left(\frac{6}{1} - \frac{0,6 + r_2}{0,4} \right) \Rightarrow 2 = 6 - \frac{0,6 + r_2}{0,4} \Rightarrow r_2 = 1 \text{ m}$$

Δηλαδή από την φάση σε ένα σημείο μετά την συμβολή δύο κυμάτων σ' αυτό εξισώνοντας την φάση που

έχουμε και τον θεωρητικό τύπο $\phi = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} \right)$ δεν παίρνουμε πάντα το σωστό αποτέλεσμα. Κάτι ανά-

λογο είχε συμβεί και στις επαναληπτικές εξετάσεις ενιαίου λυκείου το 2004 και τις αποστάσεις r_1 και r_2 α-
κόμη τις "ψάχνουμε" (δεν δινόταν και το πεδίο ορισμού της εξίσωσης της συμβολής).

Γι' αυτό καλό είναι να χρησιμοποιούμε το πεδίο ορισμού και τους χρόνους άφιξης των κυμάτων.

γ. Τα σημεία που θα τέμνουν την ευθεία yy' θα πρέπει να βρίσκονται σε υπερβολή αριστερά της μεσοκαθέ-
του. Ένα σημείο που ταλαντώνεται με μέγιστο πλάτος και ανήκει στην ευθεία $\Pi_1\Pi_2$ θα ικανοποιεί την σχέση
 $d_2 - d_1 = N\lambda$ (1) αλλά και $d_2 + d_1 = d$ (2). Αφαιρώ από την (2)

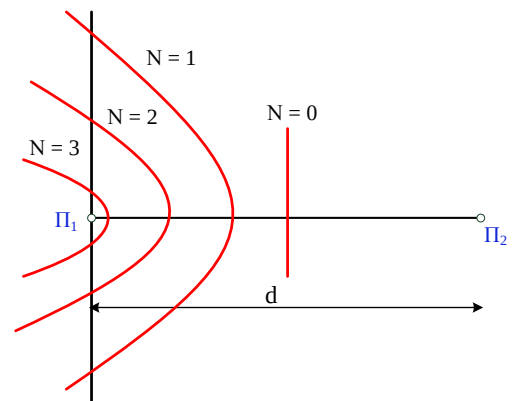
την (1) και έχω:

$$2d_1 = d - N\lambda \Rightarrow d_1 = 0,39 - 0,1N \quad (3) \quad \text{με } 0 \leq d_1 < d/2 \Rightarrow$$

$$0 \leq d_1 < 0,39 \text{ m}$$

Βλέπουμε ότι η σχέση (3) επαληθεύεται για $N = 1, 2, 3$.

Από το διπλανό σχήμα βλέπουμε ότι 6 σημεία τέμνουν την ευθεία
 yy' , άρα 6 σημεία της yy' ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος.



δ. Μετά την αύξηση η νέα περίοδος T_2 θα είναι:

$$\frac{T_2 - T}{T} = 1,25 \Rightarrow \frac{T_2 - 1}{1} = 1,25 \Rightarrow \mathbf{T_2 = 2,25s}$$
 και το νέο πλάτος του Σ θα είναι:

$$A'_\Sigma = 2A \left| \sin \frac{\pi(r_2 - r_1)}{\lambda_2} \right| = 2A \left| \sin \frac{\pi(r_2 - r_1)}{v \cdot T_2} \right| = 4 \left| \sin \frac{0,6\pi}{0,2 \cdot 2,25} \right| \Rightarrow \mathbf{A'_\Sigma = 2mm}$$

Δηλαδή η μεταβολή στο πλάτος είναι: $\frac{A'_\Sigma - A_\Sigma}{A_\Sigma} = \frac{2 - 4}{4} = -0,5$ δηλαδή έχουμε μείωση του πλάτους ταλά-

ντωσης του σημείου Σ κατά 50% σε σχέση με το αρχικό.