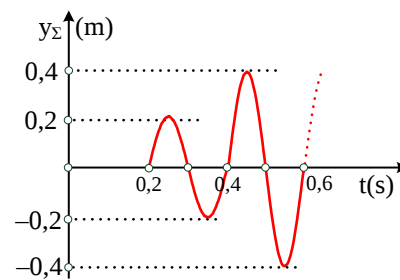


ΕΝΙΣΧΥΤΙΚΗ ΣΥΜΒΟΛΗ 2

Στα σημεία Κ, Λ της επιφάνειας ήρεμου υγρού βρίσκονται δύο πηγές Π_1 και Π_2 αντίστοιχα. Οι πηγές αρχίζουν την χρονική στιγμή $t = 0$ να εκτελούν απλή αρμονική ταλάντωση με εξίσωση $y = A\eta\mu(\omega t)$. Τα κύματα που δημιουργούνται είναι εγκάρσια και διαδίδονται στην επιφάνεια του υγρού χωρίς μεταβολή του πλάτους τους. Ένα υλικό σημείο Σ της επιφάνειας του



υγρού απέχει από την πηγή Π_1 απόσταση $r_1 = 1$ m και από την πηγή Π_2 απόσταση r_2 , με $r_2 > r_1$. Στο διάγραμμα του σχήματος παριστάνεται γραφικά η απομάκρυνση του υλικού σημείου Σ από την θέση ισορροπίας του, σε συνάρτηση με τον χρόνο.

α. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος των δύο κυμάτων.

β. Να γράψετε την εξίσωση της συμβολής.

γ. Η υπερβολή ενισχυτικής συμβολής πάνω στην οποία βρίσκεται το υλικό σημείο Σ τέμνει το ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ στο σημείο Ζ. Πόσο απέχει το σημείο Ζ από το μέσο Μ του ευθύγραμμου τμήματος ΚΛ;

δ. Αν τα σημεία Π_1 και Π_2 απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d = 2,25$ m, πόσες υπερβολές ενίσχυσης τέμνουν την ευθεία $y'y$ που είναι κάθετη στο ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ και περνά από το Λ;

ε. Τετραπλασιάζουμε την συχνότητα των δύο πηγών, χωρίς μεταβολή του πλάτους τους. Ένα υλικό σημείο Θ που βρίσκεται πάνω στην ευθεία $x'x$ που περνά από τα σημεία Κ και Λ, εκτός του τμήματος ΚΛ κατά ποιο ποσοστό θα μεταβάλει την ενέργεια ταλάντωσης του (αφού έχει γίνει συμβολή και στις δύο περιπτώσεις);

Λύση

α. Από το διάγραμμα προκύπτει ότι οι χρόνοι άφιξης των δύο κυμάτων στο σημείο Σ είναι $t_1 = 0,2$ s και $t_2 = 0,4$ s, **$A = 0,2$ m** και **$A_{\max} = 0,4$ m**. Η περίοδος των κυμάτων είναι $T = (0,4 - 0,2)$ s $\Rightarrow$ **$T = 0,2$ s**

Η ταχύτητα με την οποία διαδίδονται τα κύματα είναι: $v = \frac{r_1}{t_1} \Rightarrow$ **$v = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$**

Άρα $v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow \lambda = vT \Rightarrow$ **$\lambda = 1$ m**

β. Η απόσταση του Σ από την πηγή Π₂ είναι: $v = \frac{r_2}{t_2} \Rightarrow \mathbf{r_2 = 2\text{ m}}$

Η εξίσωση της συμβολής στο Σ είναι: $y_\Sigma = 2A \sin \frac{\pi(r_2 - r_1)}{\lambda} \eta \mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2 + r_1}{2\lambda} \right) \Rightarrow y_\Sigma = 0,4 \sin(\pi) \cdot \eta \mu 2\pi(5t - 1,5)$

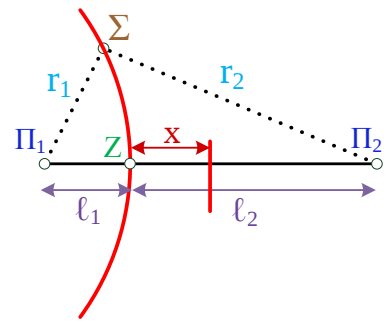
$\mathbf{y_\Sigma = -0,4 \eta \mu(10\pi t - 3\pi)}$ S.I. για $t \geq 0,4 \text{ s}$

γ. Αν ℓ_1, ℓ_2 οι αποστάσεις του σημείου Z από τις πηγές Π₁ και Π₂ αντίστοιχα επειδή ανήκει στην ίδια υπερβολή με το Σ ισχύει:

$$|r_2 - r_1| \Rightarrow |\ell_2 - \ell_1| \Rightarrow |\ell_2 - \ell_1| = 1 \text{ m.}$$

Αλλά για κάθε σημείο της ευθείας Π₁Π₂ έχουμε (x η απόσταση από το μέσο όπως φαίνεται στο σχήμα):

$$|\ell_2 - \ell_1| = \left| \frac{d}{2} + x - \left(\frac{d}{2} - x \right) \right| = 2|x| \Rightarrow \mathbf{|x| = 0,5 \text{ m}}$$



δ. Για ένα τυχαίο σημείο της ευθείας ΚΛ που ανήκει σε υπερβολή ενίσχυσης θα ικανοποιεί την σχέση $d_1 - d_2 = N\lambda$ (1) όπου d_1, d_2 οι αποστάσεις του τυχαίου αυτού σημείου από τις πηγές Π₁ και Π₂ αντίστοιχα.

Επίσης θα ισχύει $d_1 + d_2 = d$ (2)

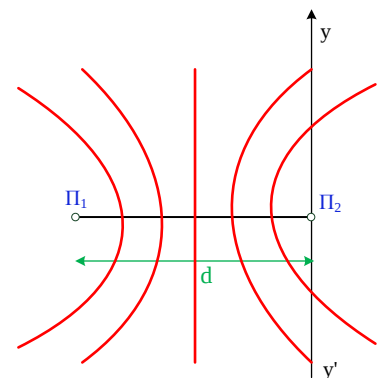
$$\text{Προσθέτω τις (1) και (2) και έχω: } 2d_1 = N\lambda + d \Rightarrow d_1 = N\frac{\lambda}{2} + \frac{d}{2}$$

$$\text{αλλά } 0 \leq d_1 \leq d \Rightarrow 0 \leq N\frac{\lambda}{2} + \frac{d}{2} \leq d \Rightarrow -\frac{d}{2} \leq N\frac{\lambda}{2} \leq \frac{d}{2} \Rightarrow -\frac{d}{\lambda} \leq N \leq \frac{d}{\lambda} \Rightarrow \mathbf{-2,25 \leq N \leq 2,25}$$

άρα έχουμε συνολικά 5 υπερβολές ενίσχυσης.

Αυτές κατανέμονται ως εξής 2 υπερβολές αριστερά της μεσοκαθέτου, 2 υπερβολές δεξιά της μεσοκαθέτου και η μεσοκάθετος.

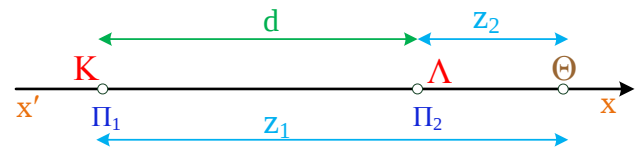
Άρα λοιπόν δύο υπερβολές ενίσχυσης τέμνουν την ευθεία y'y όπως φαίνεται στο σχήμα.



Σημείωση: Προσοχή στην ερώτηση πόσα σημεία τέμνουν την ευθεία y'y (4 σημεία) και πόσες υπερβολές τέμνουν την y'y (2 υπερβολές).

ε. Τα σημεία που βρίσκονται πάνω στην ευθεία που ανήκει και το ευθύγραμμο τμήμα ΚΛ και εκτός αυτού

έχουν όλα το ίδιο πλάτος ταλάντωσης (μετά την συμβολή) και αυτό γιατί η απόλυτη διαφορά των αποστάσεων τους από τις δύο πηγές είναι ίδια για όλα τα παραπάνω σημεία.



Πράγματι (έστω z_1 και z_2 οι αποστάσεις τους από τις δύο πηγές): $|z_1 - z_2| = d$

Το πλάτος κάθε σημείου (άρα και του Θ) της ευθείας $x'x$ είναι:

$$A = A_{\max} \left| \sin \frac{\pi(z_2 - z_1)}{\lambda} \right| \Rightarrow A = A_{\max} \left| \sin \frac{\pi d}{\lambda} \right| \Rightarrow A = 0,4 \left| \sin \frac{2,25\pi}{1} \right| \Rightarrow \mathbf{A = 0,2\sqrt{2} \text{ m}}$$

Μετά τον τετραπλασιασμό της συχνότητας θα έχουμε: $A' = A_{\max} \left| \sin \frac{\pi(z_2 - z_1)}{\lambda'} \right| \Rightarrow$

$$A' = A_{\max} \left| \sin \frac{\pi d}{\frac{v}{4f}} \right| \Rightarrow A' = 0,4 \left| \sin \frac{4 \cdot \pi d}{\lambda} \right| \Rightarrow A' = 0,4 \left| \sin \frac{4 \cdot \pi \cdot 2,15}{1} \right| \Rightarrow \mathbf{A' = 0,4 \text{ m}}$$

Το ποσοστό μεταβολής είναι:

$$\frac{E' - E}{E} = \frac{\frac{1}{2} m (2\pi 4f)^2 A'^2 - \frac{1}{2} m (2\pi f)^2 A^2}{\frac{1}{2} m (2\pi f)^2 A^2} = \frac{16 A'^2 - A^2}{A^2} = \frac{16 \cdot 0,16 - 0,08}{0,08} = 31$$

Άρα έχουμε αύξηση κατά **3100% !!!** στην ενέργεια με την οποία ταλαντώνεται το σημείο Θ .