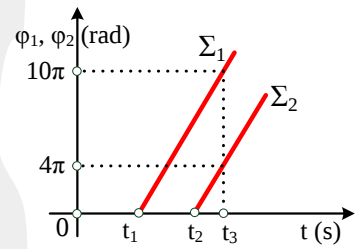


ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΜΕ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ ΣΤΟ ΑΡΜΟΝΙΚΟ ΚΥΜΑ 1

1. Σε γραμμικό ελαστικό μέσο, που έχει τη διεύθυνση του άξονα $x'Ox$, δίδεται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα εγκάρσιο αρμονικό κύμα μήκους κύματος $\lambda = 0,4 \text{ m}$. Στο S.I. η εξίσωση της ταλάντωσης του υλικού σημείου που βρίσκεται στην αρχή $O(x = 0)$ του άξονα είναι της μορφής $y = A\eta\mu(\omega t)$. Στο ακόλουθο διάγραμμα απεικονίζονται οι γραφικές παραστάσεις των φάσεων της ταλάντωσης δύο υλικών σημείων Σ_1 και Σ_2 του ελαστικού μέσου σε συνάρτηση με τον χρόνο. Η απόσταση d των τετμημένων των θέσεων των σημείων Σ_1 και Σ_2 είναι:



- α.** $d = 0,6 \text{ m}$. **β.** $d = 1,2 \text{ m}$. **γ.** $d = 1,6 \text{ m}$.

Να επιλέξετε τη σωστή αιτιολογώντας την απάντησή σας.

Λύση

Η φάση ενός σημείου από την στιγμή που θα φτάσει το κύμα σ' αυτό είναι:

$$\varphi = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \Rightarrow \varphi = \omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} \quad \text{άρα για τα δύο σημεία την χρονική στιγμή } t_3 \text{ ισχύει:}$$

$$\varphi_1 = \omega t_3 - \frac{2\pi x_1}{\lambda} \quad \text{και} \quad \varphi_2 = \omega t_3 - \frac{2\pi x_2}{\lambda} \quad \text{οπότε με αφαίρεση των δύο σχέσεων προκύπτει:}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi x_2}{\lambda} - \frac{2\pi x_1}{\lambda} \Rightarrow \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi d}{\lambda} \Rightarrow 6\pi = \frac{2\pi d}{0,4} \Rightarrow \mathbf{d = 1,2 \text{ m}}$$

Άρα σωστή απάντηση η **β**.

2. Σε οριζόντιο ελαστικό νήμα διαδίδεται αρμονικό κύμα συχνότητας $f_1 = 40 \text{ Hz}$. Μεταξύ των θέσεων ισορροπίας των υλικών σημείων Κ και Λ του νήματος «χωρούν» 20 μήκη κύματος. Εάν η συχνότητα του κύματος γίνει f_2 , μεταξύ των θέσεων ισορροπίας των υλικών σημείων Κ και Λ «χωρούν» ακόμη 10 μήκη κύματος. Η μεταβολή της συχνότητας του κύματος είναι:

α. $\Delta f = 60 \text{ Hz}$.

β. $\Delta f = -20 \text{ Hz}$.

γ. $\Delta f = 20 \text{ Hz}$.

Να επιλέξετε τη σωστή αιτιολογώντας την απάντησή σας.

Λύση

Αρχικά η απόσταση μεταξύ των θέσεων ισορροπίας των Κ, Λ είναι: $d_{\text{ΚΛ}} = 20\lambda_1 = 20 \frac{v}{f_1} = 20 \frac{v}{40} = \frac{v}{2}$ (1)

Μετά την αλλαγή της συχνότητας η απόσταση θα είναι: $d_{\text{ΚΛ}} = 30\lambda_2 = 30 \frac{v}{f_2}$ (2)

άρα από τις (1) και (2) παίρνουμε: $30 \frac{v}{f_2} = \frac{v}{2} \Rightarrow f_2 = 60 \text{ Hz}$ και $\Delta f = f_2 - f_1 \Rightarrow \Delta f = 60 - 40 \Rightarrow \Delta f = 20 \text{ Hz}$

Άρα σωστή απάντηση η γ.

3. Αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου, το οποίο ταυτίζεται με τον άξονα $x'Ox$.

Το κύμα διαδίδεται προς τη θετική φορά και το υλικό σημείο που βρίσκεται στην αρχή $O(x = 0)$ του άξονα ταλαντώνεται σύμφωνα με την εξίσωση $y = A\eta\mu\omega t$. Υλικό σημείο K του μέσου βρίσκεται στον θετικό

ημιάξονα και τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{15T}{4}$ βρίσκεται σε ακραία θέση της τροχιάς του. Από τη χρονική στιγμή

$t_0 = 0$ έως τη χρονική στιγμή t_1 το υλικό σημείο K έχει φθάσει σε ακραία θέση άλλες δύο φορές. Εάν λ είναι το μήκος κύματος του κύματος, η θέση του σημείου K επάνω στον άξονα είναι:

α. $x_K = 2,5\lambda$.

β. $x_K = 3,75\lambda$.

γ. $x_K = 3,5\lambda$.

Να επιλέξετε τη σωστή αιτιολογώντας την απάντησή σας.

Λύση

Η χρονική στιγμή t_1 είναι ίση με το χρόνο άφιξης του κύματος στο σημείο K και τον χρόνο ταλάντωσης αυτού. Εφόσον βρισκόμαστε σε ακραία θέση και έχουμε φτάσει εκεί άλλες δύο φορές τότε:

$\frac{T}{4}$ ο χρόνος για να φτάσει για πρώτη φορά σε ακραία θέση από την έναρξη της ταλάντωσης του.

$\frac{T}{2}$ ο χρόνος για να φτάσει για δεύτερη φορά σε ακραία θέση από την προηγούμενη ακραία θέση.

και ακόμη $\frac{T}{2}$ για να φτάσει για τρίτη φορά σε ακραία θέση. Άρα το υλικό σημείο που βρίσκεται στο σημείο

K έχει ταλαντωθεί για χρόνο $t_{\text{ταλ}} = \frac{T}{2} + \frac{T}{2} + \frac{T}{4} \Rightarrow t_{\text{ταλ}} = \frac{5T}{4}$.

Έχουμε ότι: $t_1 = t_K + t_{\text{ταλ}} \Rightarrow \frac{15T}{4} = t_K + \frac{5T}{4} \Rightarrow t_K = \frac{10T}{4}$ και $v = \frac{x_K}{t_K} \Rightarrow \frac{\lambda}{T} = \frac{x_K}{\frac{10T}{4}} \Rightarrow x_K = 2,5\lambda$.

Άρα σωστή απάντηση είναι **α**.

4. Εγκάρσιο αρμονικό κύμα διαδίδεται κατά μήκος γραμμικού ελαστικού μέσου, το οποίο ταυτίζεται με τον άξονα $x'Ox$. Το κύμα διαδίδεται προς τη θετική φορά του άξονα και παράγεται από πηγή μεταβλητής συχνότητας, η οποία βρίσκεται στην αρχή $O(x = 0)$ του άξονα και τη χρονική στιγμή $t = 0$ αρχίζει να ταλαντώνεται χωρίς αρχική φάση. Τα υλικά σημεία $A(x_A = 0,5 \text{ m})$ και $B(x_B = 0,9 \text{ m})$ του ελαστικού μέσου βρίσκονται σε συμφωνία φάσης μεταξύ τους, όταν η συχνότητα της πηγής είναι $f_1 = 20 \text{ Hz}$. Μεταβάλλουμε σταδιακά τη συχνότητα της πηγής και παρατηρούμε ότι η αμέσως μεγαλύτερη συχνότητα από τη συχνότητα f για την οποία τα σημεία A και B βρίσκονται σε συμφωνία φάσης μεταξύ τους είναι $f_2 = 22 \text{ Hz}$. Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι ίση με:

α. $0,4 \text{ m/s}$.

β. $0,8 \text{ m/s}$.

γ. 2 m/s .

Να επιλέξετε τη σωστή αιτιολογώντας την απάντησή σας.

Λύση

Εφόσον τα δύο σημεία βρίσκονται σε συμφωνία φάσης ισχύει:

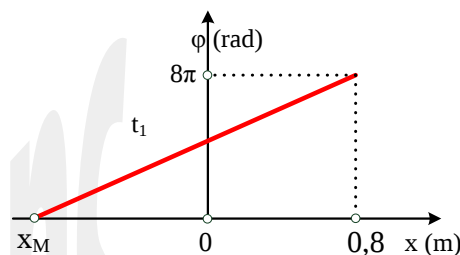
$$d_{AB} = N\lambda_1 \Rightarrow d_{AB} = N \frac{v}{f_1} \Rightarrow 0,4 = N \frac{v}{20} \Rightarrow Nv = 8$$

Μετά την αλλαγή της συχνότητας ισχύει:

$$d_{AB} = (N+1)\lambda_2 \Rightarrow d_{AB} = (N+1) \frac{v}{f_2} \Rightarrow 0,4 = (N+1) \frac{v}{22} \Rightarrow 8,8 = Nv + v \Rightarrow 8,8 = 8 + v \Rightarrow v = 0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Άρα σωστή απάντηση η **β**.

5. Αρμονικό κύμα με μήκος κύματος $\lambda = 0,4 \text{ m}$ διαδίδεται σε γραμμικό ελαστικό μέσο, το οποίο ταυτίζεται με τον άξονα $x'Ox$. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το υλικό σημείο το οποίο βρίσκεται στην αρχή $O(x = 0)$ του άξονα αρχίζει να ταλαντώνεται από τη θέση ισορροπίας του με κατεύθυνση προς τη μέγιστη θετική απομάκρυνση του. Στο ακόλουθο



σχήμα απεικονίζεται το διάγραμμα της φάσης της ταλάντωσης των υλικών σημείων του ελαστικού μέσου σε συνάρτηση με τις τετμημένες των θέσεων τους x , μια ορισμένη χρονική στιγμή t_1 . Η θέση του υλικού σημείου M επάνω στον άξονα είναι:

α. $x_M = -0,8 \text{ m}$.

β. $x_M = -1,6 \text{ m}$.

γ. $x_M = -1,2 \text{ m}$.

Να επιλέξετε τη σωστή αιτιολογώντας την απάντησή σας.

Λύση

Από την γραφική παράσταση του σχήματος προκύπτει ότι το κύμα διαδίδεται προς τα αρνητικά του άξονα:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{T} \Delta t = \frac{2\pi}{T} \frac{\Delta x}{v} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x \Rightarrow 8\pi = \frac{2\pi}{0,4} (0,8 - x_M) \Rightarrow 1,6 = 0,8 - x_M \Rightarrow \mathbf{x_M = -0,8 \text{ m}}$$

Άρα σωστή απάντηση η **α**.